

Vít Punčochář: Paradoxy klasické logiky

Filosofie a logika hypotetických vět

Praha, Filosofia 2019. 304 s.

Nová kniha *Paradoxy klasické logiky*, jejímž autorem je Vít Punčochář, otevírá staré, ale stále otevřené téma logiky a jejího vztahu k běžnému jazyku. Hlavní otázka knihy – zda a případně do jaké míry představuje klasická logika vhodný nástroj pro logickou analýzu přirozeného jazyka (s. 88)¹ – tak může na první pohled působit poněkud staromódně, ale autor k ní přistupuje svěžím a originálním způsobem. Nejvíce pozornosti se upíná na problematický vztah implikace chápané jako pravdivostní funkce a hypotetických vět přirozeného jazyka tvaru „Pokud A, tak B“. Jako příklad můžeme uvést úsudek „Prší, tudíž pokud mám hlad, tak prší“, který je sice zcela v pořádku z hlediska klasické logiky, ale z hlediska běžné mluvy zanechává poněkud hořkou pachut' v ústech.

Řešení těchto a podobně pochybných úsudků, které autor nabízí, je velmi přesvědčivé jednak pro svoji jednoduchost, ale především proto, že se jedná o řešení, které přirozeně vyplývá z autorova originálního přístupu k logice a sémantice jako

1 Všechny stránkové odkazy v závorkách v textu se vztahují k recenzované publikaci.

takové. Konkrétně, klíčovým pojmem autorova logického systém není pravdivost, jak tomu standardně bývá, ale tvrditelnost. Jak sám autor píše: „jedná se o přístup epistemický, který do centra staví pojem tvrditelnosti a tímto pojmem nahrazuje tradiční pojem pravdivosti“ (s. 285). Ještě přesněji, hlavním sémantickým konceptem se stává tzv. striktní tvrditelnost, která do sebe integruje Griceovu maximu kvality: „Říkej pouze to, pro co máš dostatek evidence!“ (s. 228) Ve vyostřenější variantě pak: „Říkej pouze to, o čem nemůžeš pochybovat!“ (s. 226) Na rozdíl od pravdivosti, která je vyhodnocována vzhledem k jednotlivým možným světům, je „tvrditelnost vyhodnocována vzhledem k množinám možných světů“ (s. 285), které jsou nazvány informační stavy.

Autorův systém v sobě tedy kombinuje sémantiku s něčím, co se typicky řadí spíše do pragmatiky (s. 40–41; s. 286).² Svým způsobem můžeme říci, že se jedná o sémantiku, která předpokládá tvrdohlavé agenty, kteří pokud něco tvrdí, tak o tom ani trošku nepochybují. Je zřejmé, že toto je silně idealizovaný koncept tvrditelnosti, čímž se autor ani nijak netají (viz např. s. 223–224).

Nyní stručně k obsahu: kniha se skládá ze čtyř hlavních částí: úvodní část (I. *Základní pojmy*) nás seznamuje s hlavním kontextem práce a konceptuálně-technickými nástroji, se kterými budeme pracovat. Druhá část (II. *Paradoxní aspekty klasické logiky*) nás uvede do problematiky paradoxů materiální implikace a jejich klasifikace (viz níže). Třetí část (III. *Alternativy klasické logiky*) představí čtyři vybraná alternativní řešení (konkrétně logiku striktní implikace, Stalnakerovu logiku, relevantní logiku a pravděpodobnostní logiku) a ve čtvrté a závěrečné části (IV. *Sémantika striktní tvrditelnosti*) autor představuje svůj přístup k řešení paradoxů.

Jak bylo zmíněno výše, v druhé kapitole autor zavádí klasifikaci paradoxů materiální implikace dle jejich příbuznosti (s. 109–113). Výsledkem je pět různých skupin paradoxů, které slouží k testování jednotlivých přístupů. Čím se vyznačují jednotlivé skupiny? Na první dvě skupiny lze pohlížet jako na problematické z hlediska otázky relevance (paradoxy této skupiny zaujímají např. formu $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$ či $B / A \rightarrow B^3$). Třetí skupina je problematická z hlediska interpretace na první pohled bezproblémových logicky platných úsudků v rámci přirozeného jazyka (např. $A \rightarrow B, B \rightarrow C / A \rightarrow C$), poslední dvě skupiny se vyznačují tím, že v nich dochází k interakci implikace s negací (čtvrtá skupina; např. $\neg(A \rightarrow B) / A$) a disjunkcí (pátá skupina; např. $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$), a především tím, že dle autora jejich platnost nelze na rozdíl od paradoxů prvních tří skupin vysvětlit z hlediska pragmatiky. Autor píše:

2 Stojí za zmínku, že pojem tvrditelnosti není v logice ničím novým. Např. Gottlob Frege, „otec moderní logiky“ (s. 41), pracoval s pojmem tvrditelnosti, byť poněkud odlišným způsobem. Viz Frege, G., *Begriffsschrift*. Halle, L. Nebert 1879. Český překlad: Frege, G., *Pojmopis*. Přel. J. Fiala. Praha, Oikúmené 2013. K českému překladu viz také Kolman, V., Fregův „Pojmopis“ aneb zpráva o jednom nakladatelském zmetku. *Filosofický časopis*, 61, 2013, č. 5, s. 773–778.

3 Symbol „/“ odděluje premisy od závěru úsudku.

„Domnívám se, že není žádný uspokojivý způsob, jak uspokojivě obhájit platnost takových úsudků...“ (s. 113).

Kniha *Paradoxy klasické logiky* obsahuje mnoho podnětných témat, která by si zasloužila další diskuzi,⁴ ale vzhledem k limitovanému prostoru se v této recenzi omezím jen na dva vybrané aspekty, které mě nejvíce zaujaly. Konkrétně půjde o i) koncept logických operátorů, které jsou citlivé na syntaktický tvar vět a které generují propozice specifického typu (což je jeden ze stěžejních bodů celého přístupu, resp. jeho dvousortové varianty, viz níže) a ii) vztah mezi autorovou sémantikou striktní tvrditelnosti a sémantikou intuicionistické logiky.

Logické spojky citlivé na syntax, generování implikace a typování

Sémantika tvrditelnosti je představena ve dvou variantách: základní (ZST) a dvousortové (DST). Vzhledem k tomu, že základní sémantika tvrditelnosti je redukovatelná na klasickou logiku (s. 243–244), zaměřím svou pozornost především na dvousortovou sémantiku tvrditelnosti, která přináší více nového a zajímavého.⁵ A budu-li mluvit o logice, resp. sémantice striktní tvrditelnosti bez bližšího upřesnění, budu tím mínit současně základní i dvousortovou sémantiku tvrditelnosti.

Dvousortová sémantika tvrditelnosti stojí na třech základních principech: 1) rozlišování mezi ontickými a epistemickými větami (primární sémantickou hodnotou ontických vět je pravdivost, epistemických pak tvrditelnost), 2) epistemické věty jsou generovány specifickými modálními výrazy (jako např. „nutně“, „možná“, „pravděpodobně“, „jestliže, pak“), 3) logické operátory jsou citlivé na syntaktický tvar vět, na které jsou aplikovány (s. 247–248).

První předpoklad nebudu nijak problematizovat, ale rád bych se na chvíli zastavil u druhého, a především třetího principu. Předpokládáme spolu s autorem, že pracujeme se základním jazykem výrokové logiky, který obsahuje logické spojky \neg , \wedge , \vee , \rightarrow . V takovém jazyce je tedy implikace „jediným zdrojem epistemických vět“ (s. 249). To má samozřejmě některé ne úplně triviální důsledky. Znamená to například, že všechny teoremy výrokové logiky obecného tvaru „ $A \rightarrow B$ “ nejsou, přísně vzato, pravdivé, resp. jsou „pouze“ tvrditelné, jelikož věty tohoto tvaru nemají přirozené podmínky pravdivosti (s. 247; s. 287). A vzhledem k tomu, že věty tvaru „ $A \rightarrow B$ “ jsme schopni v rámci kalkulů přirozené dedukce odvodit pomocí pravidla pro zavedení implikace (resp. pomocí dedukčního teoremu v rámci axiomatických systémů), můžeme tak prohlásit, že je to právě toto pravidlo, které infikuje naše jinak „čistá“ ontická odvození epistemickými prvky.

Nyní se podívejme blíže na třetí z těchto principů, který, jak sám autor zmiňuje, je „nejvíce kontroverzním a zároveň nejsubtilnějším z našich principů“, jelikož

4 Některá z nich alespoň načrtnu v závěru recenze.

5 To samozřejmě neznamená, že by sama základní sémantika tvrditelnosti byla bez zajímavosti!

„zavádí do sémantiky nový prvek, který není přítomen v běžných logických systémech“ (s. 249). To v důsledku vede např. k tomu, že v rámci dvousortové sémantiky tvrditelnosti neplatí princip nahraditelnosti ekvivalentních formulí, resp. princip kompozicionality (s. 261–262). Využijeme autorův příklad: mějme epistemickou větu $\neg A \rightarrow B$ a ontickou větu AVB . V rámci dvousortové sémantiky tvrditelnosti jsou logicky ekvivalentní, avšak aplikujeme-li na ně negaci (která je citlivá na syntax vět a chová se tedy odlišně), dostaneme logicky neekvivalentní věty (s. 250). Autor vzápětí ukazuje, že toto chování je v souladu s některými našimi intuicemi ohledně chování přirozeného jazyka, avšak skutečností zůstává, že z hlediska logického systému je to velmi nestandardní vlastnost.

V čem tkví přesně tato odlišnost chování negace? Autor píše: „Povšimněme si, že v prvním případě negace operuje na úrovni možných světů, kdežto v druhém případě operuje na globální úrovni celého stavu. Chová se tedy v těchto dvou případech zásadně odlišným způsobem, a to pouze kvůli tomu, že ji aplikujeme na odlišné typy vět.“ (s. 250)

Všimněme si, že dle tohoto popisu chování to skoro vypadá, že negace není citlivá na syntaktický tvar, ale že zkrátka, máme dva typy negací: epistemickou a ontickou, značme je např. \sim a \neg . Tuto domněnku částečně podporuje i skutečnost, že dvousortová sémantika tvrditelnosti využívá dva typy hypotetických předpokladů, tj. epistemický hypotetický předpoklad a ontický hypotetický předpoklad: „V kalkulu budeme využívat dva typy odvození z hypotetického předpokladu. (...) V kalkulu se pravidlo pro nepřímý důkaz rozpadá do dvou variant ND1 a ND2. Pravidlo ND1 je formulováno pro epistemické formule a pravidlo ND2 pro ontické formule.“ (s. 277)

Tyto dvě varianty se samozřejmě promítnou i do eliminačních pravidel pro disjunkci, které rovněž využívají hypotetické předpoklady. Skutečnost, že máme dva typy eliminačních pravidel pro disjunkci (s. 279), dle mého názoru opět přirozeně vybízí spíše k interpretaci, že máme dva druhy disjunkce, tj. epistemickou a ontickou, než k závěru, že disjunkce je citlivá na syntax.

To vede k dalšímu bodu, o kterém bych se chtěl krátce zmínit. Vzhledem k tomu, že dvousortová sémantika tvrditelnosti implicitně rozlišuje dva typy vět, resp. propozic, zdá se být velmi dobrým kandidátem na využití explicitního „typování“.⁶ Pokud bychom tedy přijali, že např. negace není logickou spojkou citlivou na syntax, ale že spíše máme dva typy negací, typování by umožnilo tento rozdíl zachytit. Explicitně bychom zavedli dva typy propozic *epi* a *ont* pro epistemické a ontické propozice (v případech, kdy nám nepůjde o konkrétní typ, uvedeme „metatyp“ *prop*).

6 Myšlenka systému s dvěma typy propozic není nová. Např. Andrej N. Kolmogorov uvažoval, ačkoliv jen v zárodkách, o duálním systému, který v sobě skloubí propozice a problémy (intuicionistické propozice). Viz Letters of A. N. Kolmogorov to A. Heyting. *Russian Mathematical Surveys*, 43, 1988, No. 6, s. 89–93.

Propozice $A \rightarrow B$ by tedy měla typ *epi* a AVB zase typ *ont* (za předpokladu, že A a B mají typ *ont*), zkráceně $A \rightarrow B : \textit{epi}$ a $AVB : \textit{ont}$. Dva druhy negací by pak obdržely následující typy: $\sim : \textit{epi} \Rightarrow \textit{epi}$, $\neg : \textit{ont} \Rightarrow \textit{ont}$. Tedy např. \sim je funkce, která bere jako argument epistemickou propozici a jako výsledek vrací opět epistemickou propozici (s. 249–250). Obdobně v případě \neg .

Dále si všimněme, že tento přístup umožňuje zachytit generování epistemických propozic přímo na objektivě úrovni. Pokud bychom otypovali pravidlo na zavedení implikace Π_{DST} (s. 279), dostaneme:⁷

$$\begin{array}{l} (\varphi : \textit{prop}) \\ \psi : \textit{prop} \\ \hline \varphi \rightarrow \psi : \textit{epi} \end{array}$$

Tedy, implikace \rightarrow bude mít následující typ: $\textit{prop} \Rightarrow \textit{prop} \Rightarrow \textit{epi}$. Implikaci pak můžeme chápat jako funkci, která bere jako argumenty dvě libovolné propozice a vrací jako hodnotu epistemickou propozici.⁸ A pokud bychom se vrátili k disjunkci, resp. zavedli rovněž dva typy, kompletní sada pravidel pro epistemickou disjunkci by pak vypadala např. následovně:⁹

$$\begin{array}{ccccc} & & & (\xi : \textit{epi}) & (\theta : \textit{epi}) \\ \varphi : \textit{epi} & \psi : \textit{epi} & \xi \vee \theta : \textit{epi} & \varphi : \textit{prop} & \varphi : \textit{prop} \\ \hline \varphi \vee \psi : \textit{epi} & \varphi \vee \psi : \textit{epi} & & \varphi : \textit{prop} & \end{array}$$

Ještě drobná odbočka ke klasickým formulím (Def. 15.3.2; s. 258). To jsou formule, v nichž negace nebo disjunkce není aplikována na epistemické formule (tj. implikace).¹⁰ Tedy např. „ $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ “ je klasická formule, ale „ $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ “ je neklasická formule. Pokud bychom ale definovali negaci po vzoru intuicionistické logiky jako implikaci sporu, tj. $A \rightarrow \perp$ (takto zavedená negace by měla být sémanticky ekvivalentní se standardní negací, viz s. 240), pak by některé klasické formule, zdá se, přestaly být klasickými. Např. klasickou formulí $(A \rightarrow (B \wedge C)) \wedge (D \vee \neg E)$ bychom mohli přepsat na $(A \rightarrow (B \wedge C)) \wedge (D \vee (E \rightarrow \perp))$, a tím bychom dostali aplikaci disjunkce na epistemickou formulí $E \rightarrow \perp$, a tedy neklasickou formulí.

7 Oproti autorovi volím stromovou, nelineární notaci. V původní notaci $(\varphi / \psi) / \varphi \rightarrow \psi$ (s. 279).

8 V případě, že φ a ψ jsou atomické propozice, budou mít obě typ *ont*.

9 V původní notaci $\xi \vee \theta$, $[\xi : \varphi]$, $[\theta : \varphi] / \varphi$ (s. 279). Předpokládám, že namísto symbolu „ \vee “ měl být použit symbol „ \vee “ v souladu s dříve užívanou notací (s. 97).

10 Dle všeho měl komentář k této definici začínat uvozením „jinými slovy, klasické formule jsou...“, nikoli slovy „... epistemické formule jsou...“ (s. 258).

Intuicionistická logika a absurdní stav

Rovněž bych se chtěl na chvíli zastavit u intuicionistické logiky. Autor zmiňuje, že se jí nebude zabývat, protože jeho tématem je „především logika přirozeného jazyka“ (s. 140) a intuicionistická logika je historicky spojená spíše se „specifickou problematikou matematického usuzování“ (s. 140). Na druhou stranu, logika striktní tvrditelnost je v určitých rysech podobná právě intuicionistické logice (jak autor sám zmiňuje např. na s. 228; s. 240). Konkrétně můžeme zmínit např. obecnější chápání pojmu tvrditelnosti (v sémantice striktní tvrditelnosti je tvrditelné to, pro co je v daném kontextu dostatek evidence, v intuicionistické logice je tvrditelné to, co je dokazatelné/efektivně zkonstruovatelné, resp. to, pro co je dostatek „logické“ evidence bez ohledu na kontext), možnost definovat negaci jako implikaci sporu (s. 240; což jsme již využili výše) a chápání sporu prostřednictvím pojmu prázdné množiny (s. 236). Stručně řečeno, už jen tyto tři podobnosti by dle mého názoru zcela opravňovaly průzkum vztahu mezi těmito dvěma systémy, tj. sémantikou striktní tvrditelnosti a sémantikou intuicionistické logiky.¹¹ Uvažme např. krátce třetí zmíněný bod. V rámci sémantiky striktní tvrditelnosti je zaveden tzv. absurdní stav, což je prázdný informační stav, který slouží pro specifikování podmínek tvrditelnosti sporu, tj. formule \perp . Konkrétně: „Formule \perp je tvrditelná v [stavu] a právě tehdy, když a je prázdná množina“ (s. 240). Tyto podmínky tvrditelnosti sporu v mnohém připomínají právě podmínky tvrditelnosti sporu v rámci intuicionistické logiky, zejména z pohledu tzv. Curryho-Howardovy korespondence, kde spor, tj. formule \perp je ztotožněna s prázdným typem, tj. s propozicí, která nemá žádný (kanonický) důkaz.

Mimochodem, sémantika striktní tvrditelnosti přijímá princip *ex falso quodlibet* na základě čistě technických důvodů (s. 231), s tím že nemá „na úrovni přirozeného jazyka žádnou přímou evidenci“ (s. 230). Domnívám se, že nějakou, byť jen dílčí, evidenci bychom přece jen mohli nalézt. Konkrétně, pokud „ $A \wedge \neg A$ “, resp. \perp interpretujeme obecně jako „něco, co nemůže nastat“, „absurditu“ či podobně, pak, zdá se, můžeme spatřit princip *ex falso quodlibet* v určité formě na pozadí takových tvrzení jako „Pokud Petr uběhne stovku za 10 vteřin, tak já jsem čínský bůh srandy“ (v anglické variantě pak např. „If Peter can run 100 meters in 10 seconds, then I am the Queen of England“) apod. Věta vlastně říká, že pokud nastane něco, o čem jsme přesvědčeni, že nastat nemůže (něco nemožného), pak už může nastat cokoli (třeba to, že jsem čínský bůh srandy). Jinými slovy, z absurdity plyne cokoli.

Shrnutí

Ústředním motivem celé knihy je otázka, „do jaké míry nám systém klasické logiky poskytuje adekvátní model základních logických výrazů přirozeného jazyka“

11 Nemluvě o tom, že intuicionistická logika je rovněž v první řadě „epistemická“: nejde o to, co v logickém světě „existuje“, ale o to, co jsme schopni „zkonstruovat“.

(s. 285). Není překvapivé, že autor není s aparátem klasické logiky zcela spokojen (s. 135), což mu otevírá prostor k nabídnutí vlastního řešení paradoxů spjatých s hypotetickými větami. Klíčová myšlenka autorova přístupu spočívá v předpokladu, že „věty obvykle tvrdíme relativně vůči nějakému prostoru možností“ (s. 287). Tvrditelnost sama je přitom idealizovaná do podoby tzv. striktní tvrditelnosti: „tvrditelné je pouze to, čehož opak je zcela vyloučen“ (s. 285).

Autor uzavírá knihu skromně: „Sémantika striktní tvrditelnosti modeluje specifickým způsobem specifický typ logických jevů přirozeného jazyka, tím však nijak nepopírá legitimitu jiných alternativních přístupů.“ (s. 288) Autor tedy volí přístup v souladu s mottem „žij a nech žít“ a svůj systém nestaví nutně do pozice konkurenta jiných řešení. Postuluje ho spíše jako další možnou variantu, která má své výhody i nevýhody. Na druhou stranu je nutno dodat, že vzhledem vytyčeným cílům a požadavkům vychází autorův systém jako vítěz, jelikož si dokáže, mj. poradit i s paradoxy čtvrté a páté skupiny, na které je např. pravděpodobností logika dle autora krátká (s. 214; s. 287).

Jako potenciální handicap, ačkoli odůvodněný, který by mohl stát v cestě širšímu přijetí autorova systému, resp. dvousortové sémantice tvrditelnosti, vidím neplatnost principů nahraditelnosti ekvivalentních formulí a substituce (s. 261), kterých se bude málokdo chtít vzdát bez boje, resp. bez mnoha velmi dobrých důvodů. Na druhou stranu, pro tyto případy tu máme základní sémantiku tvrditelnosti, která sice nejde tak daleko jako sémantika dvousortová, ale přesto je schopna nabídnout klasické logice o něco „přirozenější“ sémantiku (s. 244–246).

Kniha obsahuje řadu dalších otázek a témat, které jsem zde nezmínil, ale rozhodně by stály za další prozkoumání. Namátkou: Opravdu se idealizace spojená se striktní tvrditelností příliš neliší od jiných tradičních idealizací, se kterými se můžeme setkat v logice či fyzice (s. 224)? Jak přesně se zkomplikuje sémantika, pokud přijmeme princip (P)¹² jako sémantický princip (s. 230)? Skutečně nemají věty jako „Možná, že Petr dnes přijde“ přirozené podmínky pravdivosti (s. 220)? Je adekvátní interpretovat relevantní logiku tak, že se zabývá spíše větami typu „A implikuje B“, nikoli „Pokud A, tak B“ (s. 181–182)? Je striktní tvrditelnost skutečně zakořeněná přímo v přirozeném jazyce (s. 224–225)?

Paradoxy klasické logiky mají všechny předpoklady k tomu, aby se staly klasikou české filosoficko-logické literatury. Kniha je psaná střídmým a srozumitelným jazykem, pevně upletenou argumentaci lze snadno sledovat. Publikace čtenáři nabízí kompaktní celek, jenž přináší nejen historický vhled do problematiky, ale také naukouknutí do jejího současného vývoje, kterému udává směr i autor knihy.

Ivo Pezlar

Filosofický ústav AV ČR, v. v. i.,
pezlar@flu.cas.cz

12 Princip (P): Presupozicí věty „Pokud A, tak B“ je možnost věty „A“.