

Recenze

Jaroslav Peregrin

Filosofický ústav AV ČR, v. v. i., Praha; peregrin@flu.cas.cz

Jan Makovský: Markýz de l'Hospital a *Analýza nekonečně malých*
Komentovaný překlad. Z francouzštiny přeložil Jan Makovský.
Praha, Filosofia 2023. 477 s.

Představte si, že jedete autem (nebo na kole, abychom byli ekologičtější). Buďto jedete konstantní rychlostí, nebo ne; řekněme, že zrychlujete. V tom prvním případě lze říci, jakou rychlostí jedete, v tom druhém nikoliv. Ale v tom druhém případě jsou opět dvě možnosti. Buďto zrychlujete konstantně, nebo ne. V prvním případě lze říci, jak moc zrychlujete (o co se vaše rychlost zvětší na nějakou jednotku vzdálenosti), ve druhém ne. Ale v tom druhém jsou opět dvě možnosti...

Představte si nyní, že máte graf, který udává vaši rychlost v každém okamžiku. Pak si představte, že máte graf, který udává pro každý okamžik, jak rychle v něm zvyšujete rychlost. (Případně další graf, který udává, jak rychle zvyšujete zrychlení...) Té druhé křivce se říká *derivace*, přesněji: *první derivace* (té třetí pak *derivace té druhé* neboli *druhá derivace* té první). A zkoumání derivací a k nim inverzním *integrálům* znamenalo revoluci v matematice, která se odehrála v raném novověku a bývá spojována zejména se jmény Newtona a Leibnize.

Samozřejmě aktéry této revoluce nebyli jenom oni dva. Byly tu i další více či méně podstatné postavy, z nichž k těm prvním patří i francouzský matematik, známý jako markýz de l'Hospital. Jeho *Analýza nekonečně malých* je jedním z klíčových děl této revoluce; a komentovaný překlad této knihy se nám díky Janu Makovskému dostává do rukou.

O jaká „nekonečně malá“ se jedná? Protože jde o matematiku, tak zřejmě o čísla. Ale může být nějaké číslo nekonečně malé? Možná nula... Je tomu ovšem tak, že *kalkulus*, to jest nauka o derivacích a integrálech (někdy se mu říká také *diferenciální a integrální počet*; v Česku se dříve používal i matoucí název *matematická analýza*), se ve svých počátcích opírala o čísla, která jsou nekonečně malá, a přesto nejsou nula. (Přesněji řečeno, někdy jsou nula, a někdy ne.) Ale tohle je samozřejmě podivná věc, která se po zásluze stala předmětem kritiky. (Autorem té asi nejsíravější je filosof George Berkeley.)

Vratme se k původnímu příkladu s jízdou na kole. Jak zjistíme, jak moc jsme zrychlili na nějakém úseku? Samozřejmě odečteme rychlost na začátku toho úseku od rychlosti na jeho konci. Chceme-li zrychlení normalizovat, podělíme tuto hodnotu délkou příslušného úseku (tím dostaneme počet jednotek rychlostí přibývajících na jednotce vzdálenosti). Ale abychom nakreslili graf, o jakém jsme mluvili na začátku, potřebujeme znát zrychlení v každém jednotlivém bodě. Otcové zakladatelé kalkulu měli pocit, že zrychlení v bodě je v podstatě zrychlení v nekonečně malém intervalu kolem tohoto bodu. Velikost takového intervalu měla být nekonečně malá, i když ne nulová. V praxi to ovšem vypadalo tak, že délka toho intervalu se někdy brala za nulu, a někdy za něco malinkého, ale od nuly přece jenom odlišného.

Kniha Jana Makovského se skládá z několika částí. Více než stostránková „Studie překladatele“ je následována textem překladu l'Hospitalovy knihy (přes dvě stě stran). Následují autorovy komentáře přímo k textu knihy (více než sto stran). Pak jsou tam samozřejmě ještě rejstříky a literatura. Tímto způsobem nám Makovský otevírá pozoruhodné okno do světa barokní matematiky. V tom okně vidíme nejen podrobnosti toho, jak se rodil kalkulus, ale i společenský rozměr práce tehdejších matematiků a dozvíme se mnohé o způsobu myšlení géníů tehdejší doby.

Makovského překlad je, nakolik mohu soudit, výborný a celková úprava l'Hospitalovy knihy, plné formulí a diagramů, je, myslím, více než zdařilá. K tomu je třeba podotknout, že sestavení takovéto knihy je heroický čin – z hlediska vědecké kariéry se to totiž nevyplácí. Překládání či komentování totiž nebývá hodnoceno jako skutečně originální vědecký výkon. A to i přesto, že pořízení takového překladu a jeho opatření zasvěcenými komentáři musí stát autora těžko představitelné úsilí.

Všimněme si ještě Makovského „Studie překladatele“. Ta sestává ze čtyř částí. K té první se ještě vrátíme; druhá mapuje l'Hospitalův život a jeho kariéru. Pak jsou tu ovšem dvě delikátnější (až matematicko-bulvární) témata. První z nich se týká komplikovaného vztahu mezi l'Hospitem a dalším významným matematikem té doby, Johannem Bernoullim. Ti dva byli v úzkém styku (nakolik lze nějaký styk na dálku v době bez internetu prohlašovat za úzký), a není proto ani tak divné, že se někdy přeli a někdy vedli spory o to, kdo z nich jako první učinil nějaký objev. Co je ale s podivem, je to, že v určitém bodě jejich kariér Bernoulli uzavřel s l'Hospitem jakousi „vazalskou“ smlouvu. l'Hospital se zavázal Bernoullimu platit určitou pravidelnou rentu a Bernoulli se za to zavázal nezveřejňovat výsledky své práce a dávat je k dispozici l'Hospitalovi. To samozřejmě vnáší do sporů o prvenství objevů nebyvalý prvek.

Poslední téma „Studie překladatele“ se týká sporů o základy kalkulu, zejména o ony nekonečně malé veličiny, o které se kalkulus opíral. Makovský neprobírá Berkeleyův útok (ten byl publikován až dlouho po l'Hospitalově smrti), ale namísto toho se věnuje dvěma jiným, pocházejícím od Holanďana Bernarda de Nieuwen-

tijta a od Francouze Michela Rolla. Základy kalkulu ovšem byly tak nepevné, že si o útoky přímo říkaly a nemohly jim dlouho odolávat. (Na pevnější základy se kalkulus dostal 19. století pomocí toho, čemu se dnes někdy říká „epsilon-delta gymnastika“.)

Nyní se však vraťme k první části „Studie překladatele“. Ta mi totiž poskytuje vítanou příležitost také něco zkritizovat, a ne pořád jenom chválit. A ať napínám svůj rozum jakýmkoliv způsobem, nedaří se mi tomuto textu porozumět. Tady je kousek:

„Jak potom rozumět nároku transcendentní analýzy na mezní určení veličiny? Přece právě tak: ať jakkoli blízko, veličina a mez jsou vždy nekonečně vzdáleny. Byť to zní paradoxně, právě toto jakési vnitřní nekonečno tak činí geometrickou veličinu konečnou, neboť ji spojuje s vlastní mezí. Proto je nekonečno příčinou, neomezené omezeností neboli dělitelností geometrické veličiny a znamením její spojitosti, je tím, co se jako první jeví v tom, co je spojitě. Vnitřní nekonečno nás přivádí k samému kořeni geometrické přirozenosti: spojitosti veličiny a meze, a odtud i spojitosti geometrické veličiny jako takové. A jsou-li naše úvahy správné, úkolem nové analýzy tedy bude postihnout právě toto vnitřní nekonečno. Proto transcendentní analýza musí být neméně počtem nekonečna jako vnitřní geometrií.“

Při nejlepším vůli nechápu, v jakém smyslu si jsou veličina a její mez nekonečně vzdálené. (Mně popravdě není ani jasné, co je pro danou veličinu mezí.) Takže nechápu, co to je vnitřní nekonečno, a vůbec už nechápu, co si mám představit pod neomezenou omezeností... atd. atd. To, že zde Makovskému nerozumím, může být samozřejmě moje chyba. Ale mám spíše dojem, že v pasážích tohoto druhu se vyjevují úskalí snah, jejichž cílem je předvést subtilní matematické skutečnosti názorně, pomocí metafor. Autor by tak podle mého názoru měl trochu přitáhnout uzdu své fantazii.

Tyto výhrady by ale neměly zastínit fakt, že Makovského kniha jako celek je obdivuhodná. Okruh jejích čtenářů patrně nebude příliš široký, ale zato je možné předpokládat, že nebude zastarávat a bude užitečná pro generace českých historiků a filosofů matematiky. Kniha získala cenu poroty v rámci 16. ročníku Cen Nakladatelství Academia.