

Bernard Bolzano: O matematické metodě

Z německého originálu „Von der mathematischen Lehrart“ přeložila Marta Vlasáková.

Praha, Filosofia 2012. 76 s.

Recenzovaná kniha je úvodem k Bolzanem připravované učebnici *Größenlehre*, kterou nedokončil. V tomto úvodu si Bolzano klade za cíl ospravedlnit svůj přfsně vědecký způsob výkladu. Nejprve vyjmenuje a definuje své vlastní pojmy, které tvoří systém jeho logiky, aby je vzápětí použil při objasnění toho, které pojmy mají být přivedeny během výkladu k co největší zřetelnosti. Zároveň klade otázku, ve kterých případech je vhodné, aby přesné definice podle objektivního řádu ustoupily srozumitelnosti výkladu.

Ve svazku je zařazena nejprve studie Marty Vlasákové k tématu Bolzanovy logiky, následuje samotný primární text o osmnácti paragrafech a na konci svazku je pak připojen německo-český slovník použitých technických výrazů, Bolzanem zmíněná literatura a rejstřík. Překlad je veden z německého originálu *Von der mathematischen Lehrart*.

V úvodní studii se Marta Vlasáková zabývá především Bolzanovým přínosem pro logiku. Bolzano v tomto oboru zastupuje přechodovou fází mezi logikou klasickou a moderní. Podobná studie je uvedena také na začátku německého vydání. Jejím autorem je vydavatel Jan Berg, který se taktéž zabývá způsobem odvozování pravd. Vlasáková nahlíží Bolzana z českého kontextu.

Hned na počátku (§ 1, Úvodní poznámka) však Bolzano poněkud překvapivě předestře, že skutečným cílem textu je obhajoba jeho vlastních metodologických vylepšení Eukleidova způsobu výkladu, jak jej známe ze *Základů*, tedy axiomaticko-deduktivní metody, na jejímž začátku kromě Eukleida stál i Aristotelés. Sám mu přitom přiznává nezpochybnitelné kvality, díky nimž přetrval až do Bolzanovy doby. Aby ospravedlnil zmíněná vylepšení, musí Bolzano v následujících kapitolách precizně definovat svůj vlastní systém logiky.

Ve druhém paragrafu (§ 2, Věty a představy o sobě) zavádí Bolzano termíny uvedené v jeho názvu. V kapitolách dalších (§ 3, Jednoduché a složené představy, § 4, Předmětné a bezpředmětné představy) činí totéž i s dalšími novými termíny a vše objasňuje na konkrétních příkladech. V pátém (§ 5, Vztahy mezi představami vzhledem k jejich rozsahu) a šestém paragrafu (§ 6, Názory a pojmy) ve vymezování termínů dále pokračuje. V paragrafu 7 (§ 7, Pojmové a jiné věty) Bolzano zavádí proměnné a k výkladu nových termínů připojuje ještě poznámku, ve které v této souvislosti komentuje Kantův termín pravda a priori a předkládá argumenty svědčící o jeho nepřesnosti.

Důležitý paragraf je pak až devátý (§ 9, Explikace), který je předstupněm k následujícímu Bolzanovu komentáři k metodě výuky. Už zde ji začíná Bolzano konkrétně představovat. Navrhuje například pro lepší srozumitelnost sepsat věty

s právě vykládaným pojmem v různých obměnách, ze kterých čtenáři vykristalizuje jeho smysl. Součástí paragrafu jsou tři poznámky ohledně nadbytečnosti v definicích a arbitrárních větách.

Od desátého paragrafu až do konce knihy se pak Bolzano věnuje jen metodě výkladu a už nepřidává do své logiky další definice. Text je pak také naráz uvolněnější a čtivější. V tomto desátém paragrafu (§ 10, Které pojmy a věty mají být přivedeny k co největší zřetelnosti?) Bolzano radí zaměřit se na ty pojmy, na kterých je věda založena. Především při jejich výkladu musí být vždycky proveden rozbor, z jakých částí se ta která pravda skládá.

V celém dlouhém jedenáctém paragrafu (§ 11, Jakým způsobem se to má dít?) se Bolzano zabývá tím, jak tento pojmový rozbor provádět, jak dokázat, že je správný a že jiný rozbor vede k jinému pojmu. V poznámce 1 konstatuje, že rozbor základních pojmů je mimořádně složitý a že ani jedinec sám není, co se jeho pravdivosti týče, zajedno sám se sebou. Doporučuje spíše, aby se matematici věnovali objevitelské činnosti, pokud k důslednému pojmovému rozboru nejsou přirozeně talentovaní. Nesmí to ale být důvod k tomu, aby se analýza základů vytratila ze samotné konkrétní vědy. Zároveň se zde také poprvé v této knize setkáváme s kritikou konstrukce pojmu pomocí názorů. Kanta však na tomto místě Bolzano necituje, spíše si domýšlí, jaké výtky by mohl proti tomuto pojetí vznést, a sám potom proti nim argumentuje, přičemž obhajuje nutnost pojmového rozboru, který nemusí být nutně předveditelný v názoru.¹ V poznámce 2 se pak Bolzano vyhraňuje proti zákazu užívat zápor v definicích, které v přísně vědeckém výkladu mohou být i složité a pro začátečníka na první pohled nepochopitelné.

V paragrafu 12 (§ 12, Důkazy) se Bolzano zmiňuje o nutnosti dovést důkaz až k čistým pojmovým pravdám. Věty, předložené ve vyučování, mají být nejen správné, ale jejich správnost musí být navíc zcela objasněna (což neplatí v případě, že dokazovaná pravda je zřejmější než ta, na základě které se dokazuje). Nelze se také spokojit jen s pravděpodobnostními důkazy, které Bolzano klade do opozice proti čistým pojmovým pravdám, přičemž kvituje, že toto pravidlo bylo mezi matematiky dodržováno. V paragrafu 13 (§ 13, Objektivní souvislost mezi pravdami o sobě) Bolzano tvrdí, že pravdy o sobě mají mezi sebou navzájem hierarchické vztahy, jedna vyplývá z druhé. Sdělit tuto spojitost je cílem představené metody.

Dalším klíčovým paragrafem je paragraf 14 (§ 14, Je třeba usilovat o ukázání této souvislosti).² Bolzano zde zdůrazňuje, že je nezbytné, aby výklad vědy směřoval k vzdělávání rozumu a nejen k jejímu využití, přičemž opakuje pravidlo, podle kte-

1 Taková je např. Bolzanem představená funkce, která je všude spojitá, ale nikde diferencovatelná.

2 Na s. 53 Bolzano uvádí: „To, co jsem si v této učebnici předsevzal splnit, je uvedení pouze těch nejdůležitějších pouček, aby bylo možno nahlédnout jejich objektivní souvislost.“

rého je nutné provádět rozbor souvislostí mezi větami pomocí důkazů. Odděluje pouhá ujištění od důkazů směřujících k čistým pojmovým pravdám, které musejí být obhájeny objektivními důvody. Dále v poznámce 1 uvádí příklady z historie, jimiž dokládá, že nestačí pouhé ujištění o pravdivosti věd, ale je nutné jejich objektivní zdůvodnění. Cituje Aristotela, Prokla, Leibnize ... Ti všichni se vyslovují pro důkazy i zřejmých pojmů, nebo dokonce axiomů. Na konci poznámky Bolzano ilustruje své požadavky na rozdíl dvou učebnic: v jedné jsou uvedeny objektivní důvody, ve druhé pouhá ujištění. K tomu dodává, že jde o dvě podoby téhož, ovšem jednu přísně vědeckou a druhou populární. V poznámce 2 se pak Bolzano podruhé v knize vyhraňuje proti Kantově čisté konstrukci pojmů z názorů, tentokrát impulzivněji – označí ji za neudržitelnou a odvolává se přitom na svou definici těchto termínů (v šestém paragrafu). Bolzano chce, aby za názory byla považována i samotná slova, která vykládanou představu popisují, ať již myšlená či zapsaná, dle jeho definice je totiž názor představa o sobě, která je jednoduchá a má jediný předmět. Potom se vyslovuje proti koncepci, dle které jsou jedinou možností důkazu některých syntetických pravd názory. Důkazy dle Bolzana nesmějí vycházet z obrazců, což opět platí pro matematiku stejně jako pro jakoukoliv jinou vědu, neboť tyto jsou pouze pravděpodobnostní (z názorů lze usuzovat o příčinách). Bolzano také upozorňuje na rozdílné chápání slova „názor“ mezi svými kolegy. Navrhuje pro konkrétní případ geometrie definovat ji celou bez obrazců, čímž obrací dosavadní – od Eukleida tradovaný – vztah mezi názorem a logikou. Zdůrazňuje, že při jistých úlohách předpokládáme i v geometrii ty pravdy, které v obrazci samotném přítomny nejsou (všechny úsečky jsou navzájem podobné). Bolzano přitom připomíná, že důkazy pomocí názorů nejsou ony zmíněné konstrukce pojmů pomocí názorů (viz paragraf § 11, pozn. 1).

V paragrafu 15 (§ 15, Srozumitelný postup) Bolzano opět vyžaduje od učitelů, aby poučky precizně zdůvodňovali, ale zároveň přitom vždy nejprve nastínil, k čemu směřují, co je jejich cílem, proč uvádějí tu kterou větu. V paragrafu 16 (§ 16, Apagogické důkazy) pak Bolzano obhajuje další způsob dokazování a zmiňuje, že jej sám také používá. Lze se však domnívat, že tím má na mysli jeho užití nikoliv v recenzované knize, ale až dále ve svazku *Größenlehre*, který, jak již dnes víme, nikdy nedokončil.

V paragrafu 17 (§ 17, Uspořádání výkladu) Bolzano uvádí, že z provedeného pojmového rozboru pravd vyplyne pořadí, v jakém mají být pojmy vykládány. Speciálně na příkladu geometrie proto opět navrhuje zcela změnit dosavadní uspořádání výkladu – to, co je v Eukleidovi na začátku (postulát o spojnici dvou bodů úsečkou), zařadit v učebnici až poté, co budou postupně vyloženy všechny objektivní důvody této pravdy. Těch může být i několik set. Kniha končí paragrafem 18 (§ 18, Označení), kde autor rozlišuje svá označení v knize: např. definice se liší od poučky [Lehrsatz], která dle Bolzana musí být dokázána. Bolzano zdůvodňuje rozdíl v označení lepší srozumitelností pro začátečníka, a pokračuje tak zároveň v rozvíjení svého přesvědčení, že vědecky přesné je zároveň krásné.

Při pohledu na uspořádání této knihy čtenář nepochybně postřehne podobnost s tím, co Bolzano požaduje pro konstrukci učebnic: nejprve v úvodu předestře, co chce říci neboli k čemu směřuje (komentovat axiomaticko-deduktivní metodu). Poté postupně definuje všechny termíny, které bude potřebovat (včetně samotného slova pojem). Teprve pak následují pasáže o správné posloupnosti pouček ve výkladu nebo v učebnicích. Nelze však říci, že by výklad směřoval k poslednímu paragrafu, paragrafy § 16 a § 18 spíše vypadají, jako by byly přidány až jako dodatky a více smyslu by z nich vyplynulo teprve až v kontextu se zbylým textem *Größenlehre*, který dost možná zůstal jenom na papíře. Je škoda, že se čtenář ani v úvodní studii, ani jinde v knize nedozví alespoň přibližnou dataci díla. Napsal Bolzano *Von der mathematischer Lehrart* těsně před smrtí? Kolik ze zbylého textu *Größenlehre* měl alespoň rukopisně napsáno?

Co se týče formální stránky, nejsou v knize žádné problémy v sazbě. Překlad chyby neobsahuje, je pochopitelný a neproviňuje se proti smyslu německého originálu. V některých případech by však striktní překlad (slovy Bolzana: přísně vědecký) mohl být pro lepší srozumitelnost veden volněji.³

Knihu lze doporučit jak zájemcům o Bolzanovu osobnost či o obor logiky, tak současným učitelům.

Jan Zeman

Použitá literatura:

Bolzano, B., *Von der mathematischen Lehrart*. Stuttgart–Bad Cannstatt, Frommann–Holzboog 1981.

Trlifajová, K. (ed.), *Osamělý myslitel Bernard Bolzano*. Praha, Filosofia 2006.

Bolzano, B., *O nejlepší státě*. Přel. V. Bláha. Praha, Vyšehrad 1952.

Kant, I., *Kritika čistého rozumu*. Přel. J. Loužil, J. Chotaš a I. Chvatík. Praha, Oikúmené 2001.

3 Např. pasáž z § 15 na s. 58: „Nebot' již z toho důvodu, že se dá pravda, že pojem, který navrhujeme, je skutečně ten nejvhodnější, dokázat méně názorně než zbylé poučky naší vědy a každopádně jenom pomocí zkoumání zcela jiného druhu, zdá se mi vhodné zde zvolit i jiný způsob výkladu, než u oněch pouček, totiž formu řešení úlohy.“ – „Denn schon aus dem Grunde, weil sich die Wahrheit, daß der Begriff, den wir im Vorschlag bringen, wirklich der zweckmäßigste sei, nicht eben so anschaulich, und jedenfalls nur durch Betrachtungen einer ganz anderen Natur als bei den übrigen Lehren unserer Wissenschaft nachweisen läßt, dünkt es mir schicklich, hier auch eine andere Art des Vortrages als bei den Lehrsätzen, also die Form der Auflösung einer Aufgabe zu wählen.“ – by možná bylo vhodnější přeložit takto: Pokud to, že navrhovaný pojem je skutečně ten nejvhodnější, lze dokázat jen odlišným, méně názorným zkoumáním, než jsme prováděli u jiných pouček naší vědy, zdá se mi vhodné zde zvolit i jiný způsob výkladu než u pouček, totiž formu řešení úlohy.