Aristotelova sylogistická logika jako teorie aritmetického typu[1]

Ladislav Kvasz
Filosofický ústav AV ČR, v. v. i., Praha
kvasz@flu.cas.cz

Abstract:

Aristotle's Syllogistic Logic as a Theory of an Arithmetic Kind
A certain paradox is associated with Aristotle's logic. The theory of syllogisms is, on the one hand, generally considered to be the first system of formal logic in history, but, on the other hand, this logic was not used by such ancient scholars as Euclid, Archimedes or Ptolemy, and Aristotle himself did not use it in his writings about natural science. The objective of this article is to attempt to clarify this paradox by means of an analysis of the epistemological structure of the language in which Aristotle's logic is formulated. In the first two sections, we will introduce the concepts of relational, compositional and deductive synthesis and the phenomenal, ontological and causal reduction of language. On the basis of these concepts, we distinguish theories of three kinds – *physical* theories, *mathematical* theories and *arithmetical* theories. We will try to show that syllogistic logic is a theory of the arithmetical kind. If our interpretation is correct, it shows why the creators of modern science had to reject Aristotelian logic and the methodology based on it.

Keywords: Aristotelian logic, relational synthesis, compositional synthesis, deductive synthesis

DOI: https://doi.org/10.46854/fc.2024.1r.3

Úvodem

V dějinách logiky se setkáváme s pozoruhodným paradoxem. Na jedné straně je Aristotelés díky své sylogistické logice považován za zakladatele for-

1 Děkuji Vladovi Balekovi, Matyáši Havrdovi, Palovi Labudovi, Róbertu Macovi a Peterovi Volekovi za podnětné diskuse o Aristotelovi, jeho vědě a metodě.

mální logiky. Jan Łukasiewicz píše: „zavedení proměnných do logiky je jedním z největších Aristotelových vynálezů. (…) Díky použití proměnných se Aristotelés stal tvůrcem formální logiky.“[2] John Corcoran shrnuje význam sylogistiky slovy: „Při prezentaci axiomatické vědy bylo zvykem ponechat podkladovou logiku [underlying logic] v implicitní podobě. Ani v Eukleidově geometrii, ani u Hilberta nenajdeme kodifikaci logických pravidel používaných při odvozování teorémů z axiomů. (…) Tvrdíme, že v uvedených kapitolách *Prvních analytik* Aristotelés vytvořil logickou teorii, která zahrnovala teorii dedukce umožňující odvozování kategorických závěrů z kategorických předpokladů. Dále tvrdíme, že takto vypracovanou logiku Aristotelés považoval za podkladovou logiku axiomatických disciplín, o nichž pojednává první kapitola *Druhých analytik*.“[3]

Na druhou stranu ani Aristotelés ve svých přírodovědných spisech, ani učenci jako Eukleidés, Archimédés nebo Ptolemaios sylogistickou logiku nepoužívali. K tomuto závěru dospěl Ian Mueller: „U Eukleida nenajdeme žádné povědomí o sylogistice, nebo dokonce o základní myšlence logiky, že platnost argumentu závisí na jeho formě. Aristotelovy zmínky o matematice se týkají buď obecných bodů o deduktivním usuzování, nebo, pokud se týkají konkrétně sylogistiky, jsou chybné, protože vycházejí pouze ze sylogistiky, a nikoli z nezávislé analýzy matematických důkazů.“[4] V závěru článku píše: „Aristotelova formulace sylogistiky ve čtvrtém století je v podstatě nezávislá na řecké matematice. Neexistují žádné doklady o tom, že by on nebo jeho peripatetičtí následovníci podrobně studovali matematické důkazy.“[5]

Tento paradox formuluje Jonathan Barnes slovy: „Metoda, kterou Aristotelés používá ve svých vědeckých a filosofických spisech, a metoda, kterou v *Druhých analytikách* předepisuje vědecké a filosofické aktivitě, se očividně neshodují. (…) Kdyby se *Organon* ztratil, neměli bychom žádný důvod domnívat se, že Aristotelés objevil sylogismy a byl na to nesmírně hrdý. Toto je tedy Problém: na jedné straně vysoce formalizovaná teorie vědecké metodologie, na straně druhé praxe, která není vůbec dotčena formalizací a sama vykazuje bohaté a rozmanité metodologické aspirace: jak lze tyto dvě věci sladit?“[6] Eukleidés nepoužívá sylogistickou logiku. A ne proto, že by matema-

2 Łukasiewicz, J., *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*. Oxford, Oxford University Press 1957, s. 7–8.

3 Corcoran, J., Aristotle's Natural Deduction System. In: týž (ed.), *Ancient Logic and Its Modern Interpretations*. Dordrecht, Reidel 1974, s. 89–90.

4 Mueller, I., Greek Mathematics and Greek Logic. In: Corcoran, J. (ed.), *Ancient Logic and Its Modern Interpretations*, c.d., s. 37.

5 Tamtéž, s. 66.

6 Barnes, J., Aristotle's Theory of Demonstration. *Phronesis*, 14, 1969, No. 2, s. 123–124.

tici byli proti ní zaujati. I kdyby chtěli, sylogistickou logiku ve většině matematických důkazů nelze použít.

Łukasiewicz tvrdí, že Aristotelés nepřipouští singulární termíny v sylogismech.[7] Mueller k tomu podotýká: „Pokud má Łukasiewicz pravdu, pak žádný z Eukleidových argumentů není aristotelským sylogismem."[8] Důvod je prostý. Standardní eukleidovský důkaz má šest částí: 1. *protasis* (uvedení propozice v obecném tvaru); 2. *ekthesis* (vztažení propozice ke konkrétní situaci reprezentované obrázkem); 3. *diorismos* (formulace problému v kontextu této situace); 4. *kataskeyé* (konstrukce dalších prvků v kontextu obrázku); 5. *apodeixis* (důkaz, při němž jsou použity jak prvky zavedené v ekthesis, tak prvky konstruované v kataskeyé); a 6. *symperasma* (přeformulování výsledku získaného v konkrétní situaci do obecné podoby). Těchto šest bodů Mueller ilustruje na důkazu první věty první knihy Eukleidových *Základů*. Pro naše účely se omezíme na první tři. *Protasis*: „Nad danou omezenou přímou sestrojit rovnostranný trojúhelník." *Ekthesis*: „Budiž AB daná omezená přímá." *Diorismos*: „Nad přímou AB se tedy má sestrojit rovnostranný trojúhelník."[9]

Vidíme, že Eukleidés ihned po vyslovení věty opouští jazyk obecného diskursu a konstrukce i důkaz probíhají v jazyce popisujícím konkrétní vztahy jednotlivých bodů, úseček a kružnic. Teprve poté co tvrzení věty dokáže v kontextu konkrétní situace, vrací se k jazyku obecných tvrzení. Přijmeme-li Łukasiewiczovu interpretaci sylogismu, podle níž Aristotelés v důkazech nepřipouští užití singulárních termínů, pak žádný z Eukleidových důkazů nelze analyzovat jejími prostředky. Celá *kataskeyé* a následná *apodeixis* se odehrává *v jazyce* odkazujícím na konkrétní body, úsečky a oblouky kružnic, které má matematik před sebou na obrázku. Vyvstává otázka, proč tomu tak je.

Cílem této stati je vysvětlit rozdíl mezi *obecným charakterem* argumentace v aristotelské logice a *konkrétním charakterem* argumentace v eukleidovské matematice. Pokusíme se objasnit, kde se tento rozdíl vzal a jaký je jeho význam. Zodpovězení těchto otázek pomůže vysvětlit, proč nelze Aris-

7 Łukasiewicz, J., *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic*, c.d., s. 1.

8 Mueller, I., Greek Mathematics and Greek Logic, c.d., s. 67. Tvrzení se týká Aristotelovy formulace sylogistické logiky v: Aristoteles, *První Analytiky* (Přel. A. Kříž, pro tisk připravil J. Patočka. Praha, Nakladatelství ČAV 1961). Rozvoj logiky ve středověku toto omezení překonal a umožnil do sylogismů zavést i singulární termy (Viz Novák, L. – Dvořák, P., *Úvod do logiky aristotelské tradice*. České Budějovice, Teologická fakulta Jihočeské Univerzity 2007, s. 115–118). Moderní výklad sylogistiky lze nalézt v: Kolman, V. – Punčochář, V., *Formy jazyka. Úvod do logiky a její filosofie* (Praha, Filosofia 2015), a filosofické objasnění jejích předpokladů uvádějí Jaroslav Peregrin a Marta Vlasáková v knize *Filosofie logiky* (Praha, Filosofia 2017).

9 Citováno podle: Šír, Z. (ed.), *Řecké matematické texty*. Řecko-česky. Přel. R. Mašek – A. Šmíd. Praha, OIKOYMENH 2011, s. 119.

totelovu sylogistiku použít v matematice a proč se Aristotelés při konstrukci své sylogistiky nemohl opřít o praxi matematického dokazování. Pokusíme se ukázat, že Aristotelova sylogistická logika je *teorií aritmetického typu*,[10] čímž se zásadně liší od teorií obsažených v Eukleidových *Základech*, které jsou *teoriemi matematického typu*.[11] To, že je Aristotelova logika teorií aritmetického typu, nechápeme v tom smyslu, že by tato logika představovala implicitní (nebo podkladovou) logiku aritmetiky, neboť již elementární aritmetické vztahy jako 3 + 2 = 5 nemají přirozený přepis do subjekt- predikátové formy. Nechápeme to ani tak, že by důkazy v Aristotelově sylogistice byly modelovány podle vzoru aritmetických důkazů, jako je tomu později u Frega. Spíše máme na mysli skutečnost, že způsob, jakým jazyk Aristotelovy logiky konstruuje reprezentace komplexních objektů a situací (přidáváním atributů k příslušným definicím), je analogický způsobu, jakým jazyk počtů konstruuje reprezentace velkých mnohostí (totiž přidáváním jednotky). Netvrdíme tedy, že Aristotelés zkoumal logiku aritmetiky, ani že ji napodoboval, ale tvrdíme pouze to, že Aristotelova logika a elementární aritmetika mají analogickou strukturu jazyka. Naší tezí tedy není, že Aristotelés odvodil (odkoukal) svoji logiku z počtů (jako Frege odvodil svoji logiku z analýzy matematických důkazů v teoretické aritmetice).[12] Aristotelés pravděpodobně vytvořil sylogistiku na základě analýzy dialogické argumentace. Způsob, jakým tuto dialektickou argumentaci *formalizoval*, však nemá základ v matematické praxi, ale ve struktuře jazyka počtů.[13] Použití schematických písmen mohl převzít z matematiky své doby, ale to, k čemu tato písmena používal,

10 Jak píše Gisela Strikerová: „Slovo *syllogismos* jako technický termín nebyl Aristotelův vynález. Je odvozeno od slovesa *syllogizestai*, které v obecné řečtině znamená skládat nebo počítat.“ (Striker, G., *Aristotle Prior Analytics Book I*. Translated with an Introduction and Commentary. Oxford, Clarendon Press 2009, s. 79.) Odkaz na počítání je pouze indicie, nikoli argument, ale naznačuje směr, kterým se chceme v naší argumentaci ubírat.

11 Aritmetiku je zvykem považovat za součást matematiky. Zde slovo *aritmetika* a jeho odvozeniny budeme používat v užším smyslu, a to na označení praktického počítání, které známe ze starého Egypta, Babylonu a dalších civilizací. Budeme jej odlišovat od teorie čísel, kterou známe ze starého Řecka. Podle nás teprve teorie čísel je součástí matematiky, protože až v ní se jednotlivá tvrzení striktně dokazují. V elementární aritmetice neboli v praktických počtech to, že 7 + 5 = 12, nevyvozujeme z axiomů, ale pouze ověříme na nějakém modelu.

12 Vztah Fregeho logiky k Aristotelově je vyložen v knize Vojtěcha Kolmana *Filosofie čísla*, kde se píše: „Chápeme-li logiku jakožto podnik zabývající se otázkami zdůvodnění platnosti úsudků, …představuje Aristotelova sylogistika významný precedens, jejž Frege ‚pouze‘ jistým způsobem upravil a rozvinul. To, že v praxi nejsme schopni toto jeho rozšíření z tradiční logiky odvodit, je pak dáno jednoduše faktem, že se Frege na rozdíl od Aristotela orientoval na jiný úsudkový diskurz, a musel proto začít *ab ovo*.“ (Kolman, V., *Filosofie čísla. Základy logiky a aritmetiky v zrcadle analytické filosofie*. Praha, Filosofia 2008, s. 163.) Cílem naší stati je rozdíl těchto úsudkových diskurzů přesněji popsat a na základě tohoto popisu se pokusit Fregeho rozšíření tradiční logiky, když ne odvodit, tak alespoň racionálně rekonstruovat.

13 Respektive ve fragmentu přirozeného jazyka popisujícím různé soubory objektů a vztahy inkluze mezi nimi, které korespondují číslům a vztahům mezi nimi.

nemá s matematikou nic společného. Použil je k vyjádření obsahů, které jsou aritmetického typu.

Již při zběžném pohledu si lze všimnout, že vztahy zachycené sylogistikou jsou vztahy mezi třídami objektů, a nikoli mezi jednotlivými objekty, které se objevují v Eukleidových důkazech. Když tvrdím, že sedm (mravenců) je více než pět (slonů), jde o vztah mezi počty prvků dvou tříd, a nikoli mezi jednotlivými objekty, které do těchto tříd (mravenců a slonů) patří. Při odpovědi na otázku „Co je víc, sedm mravenců, nebo pět slonů?“ musím ignorovat povahu prvků (tj. skutečnost, že jeden slon je větší než milión mravenců), zůstat na úrovni tříd (pojmů) a odpovědět na základě vztahu počtu prvků v každé třídě. Naproti tomu v matematice, ačkoli i tam je cílem dokázat obecné tvrzení, je toto tvrzení často natolik subtilní, že ho nelze dokázat na obecné úrovni pojmů (či tříd) a je nutné přejít na úroveň jednotlivých objektů a při důkazu se opřít o jejich strukturu. Aristotelova sylogistika má tedy tím, že zůstává na obecné úrovni pojmů, blíže k počtům než k matematice.

Mueller upozorňuje na zajímavý fakt: „V systematické prezentaci kategorických sylogismů v prvních dvaadvaceti kapitolách *Prvních analytik* se Aristotelés nikde neodvolává na matematiku. Jeho příklady jsou vždy typu ‚bílý‘, ‚člověk‘, ‚zvíře‘ a naznačují úzký vztah mezi Aristotelovou logikou a poněkud záhadnými dialektickými aktivitami spojenými s Platónovou Akademií. Obtíže se sladěním matematických argumentů se sylogistickou formou mohou vysvětlit absenci matematických odkazů v těchto kapitolách.“[14] V následujícím textu se pokusíme objasnit, z čeho tyto obtíže se sladěním matematických argumentů a sylogistické formy pramení a v čem přesně spočívají.

1. Pojem relační, skladební a deduktivní syntézy jazyka

Jazyk přispívá k formulaci vědeckých teorií mimo jiné tím, že umožňuje spojit to, co by jinak zůstalo nespojeno. V této souvislosti hovoříme o syntetické úloze jazyka a navrhujeme rozlišit tři typy syntézy. První druh syntézy navrhujeme nazvat ***relační syntézou*** a rozumíme jí *schopnost jazyka uvádět do vzájemných vztahů různé aspekty určitého jevu*. Například třetí Keplerův zákon uvádí do vztahu přímé úměrnosti třetí mocninu délky hlavní poloosy oběžné dráhy planety a^3 a čtverec oběžné doby planety kolem Slunce T^2. Tento vztah je smyslově nedostupný, protože čtverec času nemůžeme vnímat. Jazyk algebry však umožňuje zkonstruovat z pozorované veličiny T veličinu T^2 a vztáhnout ji k veličině a^3. *Jazyk algebry* tak umožňuje dát do souvislosti dva aspekty pohybu planety (a, T), které sice můžeme pozorovat, ale na em-

14 Mueller, I., Greek Mathematics and Greek Logic, c.d., s. 48.

pirické úrovni je nejsme schopni dát do souvislosti. Tuto schopnost jazyka navrhujeme nazvat jeho *relační syntézou*.

Kromě relační syntézy navrhujeme zavést ***skladební syntézu***, kterou rozumíme *schopnost jazyka vytvářet reprezentace komplexních systémů*. Například newtonovská mechanika umožňuje reprezentovat současný pohyb více těles, zatímco aristotelská fyzika dokázala popsat pouze pohyb jednoho tělesa. Aristotelova fyzika nedokázala spojit popis pohybu jednotlivých těles do jednotného dynamického systému. Newtonovská fyzika toho schopna je, protože každému tělesu přiřadí popis stavu (tj. jazykovou reprezentaci), a z popisu stavů jednotlivých těles dokáže vytvořit popis stavu celého systému. Výše uvedený rozdíl v popisu pohybu ukazuje, že jazyk newtonovské fyziky má (na rozdíl od jazyka aristotelské fyziky) *skladební syntézu*; umožňuje skládat pohyby.

Při zavádění pojmu skladební syntézy musíme být ale přesnější. Skladební syntéza *jazyka Newtonovy fyziky* zahrnuje kromě popisu stavu každého tělesa pomocí jeho polohy a hybnosti také popis působení mezi tělesy pomocí sil a popis změny stavu vyvolané tímto působením. *Jazyk Aristotelovy fyziky* nedokáže popsat pohybový stav, působení sil ani změnu stavu vyvolanou tímto působením. Tuto skutečnost vyjadřujeme slovy, že jazyk Aristotelovy fyziky nemá skladební syntézu *fyzikálního typu*, nemá prostředky, jež by umožňovaly spojit pohyby těles do společné dynamiky. Aristotelova fyzika má skladební syntézu *matematického typu*. Aristotelés (podobně jako Ptolemaios, Koperník a Galileo) skládá pohyby jednotlivých těles stejným způsobem, jakým eukleidovská geometrie spojuje přímky a kružnice do společné konfigurace: jednotlivým prvkům přiřazuje polohu vzhledem k ostatním prvkům. Naproti tomu Newton skládá pohyby jednotlivých těles tak, že z nich vytváří společný dynamický systém, v němž na sebe jednotlivá tělesa vzájemně působí. Když o *Aristotelově fyzice* říkáme, že jde o teorii bez skladební syntézy, máme na mysli bez skladební syntézy *fyzikálního typu*, která by umožnila spojit pohyby těles do jednotného dynamického systému. Aristotelova fyzika sjednocuje prvky vesmíru do společné struktury, nikoli do jednotné dynamiky.

Třetí druh syntézy navrhujeme nazvat ***deduktivní syntézou*** a myslíme jí *schopnost jazyka analyticky vyvozovat závěry z reprezentací reality*. Jazyk newtonovské mechaniky umožňuje odvodit budoucí dynamický stav systému na základě znalosti jeho současného stavu a sil, které na něj působí, tj. umožňuje nám takříkajíc „počítat“ časový průběh pohybu.

Zavedení relační, skladební a deduktivní syntézy umožňuje tezi, že Aristotelova logika je teorií aritmetického typu, rozdělit na dvě části. První část teze zní, že *počty a matematika mají zásadně odlišnou relační, skladební a deduktivní syntézu jazyka*. Lze říci, že *relační syntéza* jazyka počtů umožňuje dát čísla získaná počítáním do vztahu být menší než, rovný nebo větší než. Dvě čísla si však nemohou být podobná, nemohou se protínat, ani jedno číslo nemůže být kolmé na druhé. Jazyk počtů má tedy mnohem omezenější relační syntézu než jazyk geometrie, v němž existuje podobnost dvou útvarů (jako konstantní poměr délek jejich odpovídajících částí) a dvě přímky mohou být vůči sobě v různých polohách (mimoběžné, rovnoběžné, různoběžné nebo kolmé). *Skladební syntéza* jazyka počtů je triviální. Podle Eukleidovy definice „číslo je počet složený z jednotek“,[15] takže jednotka vstupuje do čísla pouze svou přítomností. Naproti tomu skladební syntéza Eukleidových *Základů* je dána postuláty. Přímky a kružnice vstupují do stavby geometrického útvaru nejen svou přítomností, ale v mnoha různých vzájemných polohách. *Deduktivní syntéza* počtů je dána pravidly počítání, zatímco deduktivní syntéza Eukleidových *Základů* je dána axiomy.[16] Axiomy, jako například axiom „Co se rovná témuž, rovná se i navzájem“,[17] legitimizují kroky důkazu. Druhou částí teze je, že *relační, skladební a deduktivní syntéza jazyka Aristotelovy logiky je totožná s relační, skladební a deduktivní syntézou jazyka počtů*.[18]

Tyto teze vyžadují podrobné zdůvodnění. Již na první pohled je ale zřejmé, že subjekt-predikátová struktura propozic Aristotelovy logiky souvisí se skladební syntézou aritmetického typu. Předměty určitého druhu vstupují v aristotelské predikaci do vyššího rodu stejným způsobem, jakým jednotky vstupují do počtu – svou přítomností. Je-li tato interpretace správná, je zároveň odpovědí na otázku, proč Aristotelés nepoužil sylogistickou logiku ve svých přírodovědných spisech, a proč ji nepoužil ani Eukleidés v *Základech*. Důvodem je to, že vztahy, které Aristotelés a Eukleidés v těchto dílech popisovali, jsou složitější, než jaké může reprezentovat jazyk s tak jednoduchým typem relační, skladební a deduktivní syntézy, jakým je jazyk počtů.

Aristotelés často používá příklad věty, kterou Eukleidés formuluje slovy: „V každém trojúhelníku tři úhly uvnitř trojúhelníku se rovnají dvěma pravým“,[19] zatímco Aristotelés ji uvádí v podobě „Každý trojúhelník má dva pravé úhly“. Na první pohled se zdá, že jde o přeformulování původní matematické věty do podoby obecného kategorického soudu, který vyžaduje Aristotelova sylogistika. Subjektem je trojúhelník a predikátem jsou dva pra-

15 Šír, Z. (ed.), *Řecké matematické texty*, c.d., s. 187.

16 Axiomy zde chápeme ve striktním smyslu slova, který rozlišuje mezi axiomy a postuláty.

17 Šír, Z. (ed.), *Řecké matematické texty*, c.d., s. 117.

18 Je důležité zdůraznit, že tato teze nevypovídá o cílech Aristotelova projektu v *Druhých analytikách*, ale hovoří výlučně o jazykovém rámci sylogistické logiky. Jak poznamenal Barnes, „v překvapivé míře jsou *Druhé analytiky* nezávislé na teorii sylogismů rozpracované v *Prvních analytikách*: ať už je vysvětlením této skutečnosti cokoliv, má to šťastný důsledek – Aristotelova teorie axiomatizace nedědí všechny nedostatky jeho teorie inference“ (Barnes, J., *Aristotle* (1982). Revidované vydání: New York, Oxford University Press 2000, s. 53).

19 Šír, Z. (ed.), *Řecké matematické texty*, c.d., s. 125.

vé úhly. Jak však poznamenává Mueller, „v důkazu nemohou termíny trojúhelník a dva pravé úhly vystupovat jako kategorické termíny, protože důkaz spočívá v rozdělení trojúhelníku a dvou pravých úhlů na části, přičemž rozhodující jsou prostorové vztahy těchto částí“.[20] Tento citát ilustruje rozdílnou skladební syntézu jazyka Aristotelovy teorie sylogismů, který používá nedělitelné pojmy „trojúhelník“ a „dva pravé úhly“, a jazyka Eukleidových *Základů*, který přechází od obecných pojmů ke konkrétním objektům právě proto, aby je *rozdělil* na elementy (body, úsečky a oblouky kružnic), uvedl je do vzájemných vztahů, přidal další prvky a pak pomocí těchto vztahů dokázal původní větu.

2. Pojem fenomenální, ontologické a kauzální redukce

Relační, skladební a deduktivní syntéza, které jsme popsali, nevznikly samy od sebe. Vznikly v návaznosti na tři druhy redukce, které navrhujeme nazvat redukcí fenomenální, ontologickou a kauzální. Kromě toho, že jazyk umožňuje relační, skladební a deduktivní syntézu, přispívá k formulaci vědeckých teorií také tím, že umožňuje redukovat bohatství jevů, složitost celků a spletitost souvislostí způsobem, který umožňuje lépe pochopit realitu.

Vezměme si relační syntézu, kterou jsme ilustrovali pomocí třetího Keplerova zákona. Aby jazyk mohl vztahovat čtverec oběžné doby T^2 a třetí mocninu délky velké poloosy oběžné dráhy planety a^3, musely být nejprve oběžná doba a velká poloosa *kvantifikovány*, tj. *redukovány na číslo*. Fyzika podobně redukovala mnoho jevů, od rychlosti a zrychlení přes teplotu a atmosférický tlak až po barvu. To, že se skutečně jedná o redukci, lze ilustrovat na teplotě a barvě, které jsou na jevové úrovni dány jako zážitky chladu, příjemného tepla nebo bolestivého pálení v případě teploty a různých odstínů, sytosti a jasu v případě barvy. Fyzika tyto jevy redukuje na čísla, na 41 °C nebo 430 Å. Protože se jedná o redukci jevu na jeho jazykovou reprezentaci (kterou je ve fyzice veličina), navrhujeme přechod od jevového obsahu k jazykové reprezentaci nazvat ***fenomenální redukcí***.

Podobně můžeme chápat skladební syntézu, kterou jsme ilustrovali na příkladu schopnosti jazyka spojovat pohyby těles do společného dynamického systému. Opět platí, že aby byl jazyk fyziky schopen spojit pohyby jednotlivých těles do společného dynamického systému, bylo nejprve nutné popis jednotlivých těles *redukovat na jejich pohybový stav*. V případě newtonovské mechaniky je tento stav dán polohou a rychlostí (přesněji: polohovým vektorem a vektorem hybnosti). Protože stav mohou mít pouze entity,

20 Mueller, I., Greek Mathematics and Greek Logic, c.d., s. 52.

tj. objekty mající určitý ontologický status, navrhujeme tento druh redukce nazvat ***redukcí ontologickou***.[21]

Nakonec uvažujme o deduktivní syntéze, kterou jsme ilustrovali na schopnosti jazyka odvodit budoucí stav dynamického systému ze znalosti jeho stavu a působících sil. Opět platí, že k tomu, aby jazyk mohl vztahovat současný stav systému k jeho budoucímu stavu, musí být *všechny druhy interakcí těles redukovány na působení sil*, které by pak mohly být dosazeny do pohybové rovnice. Tento druh redukce budeme nazývat ***redukcí kauzální***.[22]

Pojmy fenomenální, ontologické a kauzální redukce umožňují pochopit, proč je relační, skladební a deduktivní syntéza jazyka Aristotelovy logiky aritmetická. Uvažujme tvrzení:[23]

(1) Tělesa se přitahují. (2) Ptáci létají.

V obou případech je subjektu přisouzen určitý neesenciální atribut, a proto jsou z hlediska Aristotelovy logiky tyto propozice analogické, takže by mohly fungovat jako premisy sylogistické inference. Podobnost mezi propozicemi (1) a (2) je však iluzorní. Z hlediska newtonovské fyziky je mezi těmito propozicemi zásadní rozdíl.

První tvrzení je populárním vyjádřením gravitačního zákona. Gravitační zákon je *idealizovaný* zákon, podle něhož se dvě tělesa o hmotnostech m_1 a m_2 nacházející se ve vzdálenosti r přitahují silou F, jejíž velikost se rovná $F = \kappa.(m_1.m_2)/r^2$. V gravitačním zákoně jsou veličiny m_1 a m_2 výsledkem *fenomenální redukce*, která nahrazuje každý aspekt reality fyzikální veličinou. Vzdálenost r těles je délkou rozdílu jejich polohových vektorů, je tedy součástí popisu stavu těles, tj. je výsledkem *ontologické redukce*, která redukuje popis těles na zadání jejich polohy a hybnosti. A konečně síla F na levé straně gravitačního zákona je výsledkem *kauzální redukce*, která redukuje veškeré působení na působení sil. Redukce jevů na veličiny, těles na jejich stav a působení na síly zabudovává gravitační zákon do jazykového rámce, v němž je možné

21 Ontologickou redukci jsme ilustrovali na jazyku fyziky, ale ontologickou redukci používá i jazyk matematiky. V matematice nemá skladební syntéza povahu sjednocení pohybujících se těles do dynamického systému, ale skládání prvků v procesu *konstrukce* složité struktury. Proto má *ontologická redukce matematického typu* podobu redukce na elementární útvary (jako je bod, přímka a kruh v případě geometrie), které mohou mít *vzájemnou polohu* (analogie stavu u Newtona). Právě specifikace vzájemné polohy umožňuje spájet prvky v konstrukci tak, aby tvořily komplexní geometrickou reprezentaci.

22 Na rozdíl od fenomenální a ontologické redukce má kauzální redukci pouze jazyk fyziky. Matematika a počty do popisu jevů nezahrnují kauzální působení, a proto nemají ani kauzální redukci.

23 Kdybychom tato tvrzení chtěli zapojit do sylogismu (aplikovat na ně deduktivní syntézu jazyka Aristotelovy logiky), museli bychom je *kvantifikovat*. Ale nás tu zajímá skladební syntéza, proto kvantifikaci vynecháme.

z toho, že „se tělesa přitahují“, odvodit vysvětlení řady jevů, jako jsou příliv a odliv, pohyb komet nebo nepravidelnosti v pohybu Měsíce.

V Aristotelově teorii za výrokem „Ptáci létají“ nestojí žádný idealizovaný zákon. Proto z něj nelze vyvodit žádné netriviální důsledky. To, že husy létají, jsme museli vědět už tehdy, když jsme je klasifikovali jako ptáky. Z faktu, že ptáci létají, nelze vyvodit nic srovnatelného s přílivem a odlivem, protože chybí jazykový rámec podobný tomu, který gravitačnímu zákonu poskytuje newtonovská mechanika, rámec s netriviální relační, skladební a deduktivní syntézou fyzikálního typu.

3. Idealizace jako změna relační, skladební a deduktivní syntézy

Představili jsme šest pojmů: relační, skladební a deduktivní syntézu a fenomenální, ontologickou a kauzální redukci. Nyní přejdeme k popisu jazykového rámce, jehož jsou tyto pojmy součástí. Jde o rámec idealizace. Idealizací rozumíme *jazykovou redukci určitého fragmentu skutečnosti*. Běžný jazyk používáme (mimo jiné) k popisu reality. To znamená, že skutečnost bereme tak, jak se nám jeví v běžné zkušenosti, a jazyk používáme k popisu jejích různých aspektů (například čísla používáme k popisu kvantitativního aspektu skutečnosti). Někdy se podaří zkonstruovat jazykovou reprezentaci zkoumaného aspektu skutečnosti tak, že umožňuje zjistit o tomto aspektu prakticky vše podstatné. A nejen to. Někdy je možné do *jazykové reprezentace* zabudovat *pravidla* pro manipulaci s jazykovými výrazy, takže pomocí těchto manipulací (v případě čísel je nazýváme počítáním) můžeme předvídat výsledky reálných událostí a řešit různé problémy. Jazyková reprezentace tak začíná fungovat jako jakási paralelní realita vedle skutečnosti faktické. Skutečnost a její reprezentace se však mohou dostat do konfliktu. Příkladem takového konfliktu je nesouměřitelnost. ***Idealizace*** je odpovědí na tento konflikt a spočívá v tom, že se pravidla pro manipulaci s jazykovými reprezentacemi *osamostatní* a jazykové reprezentace se začnou používat tak, jako by byly nezávislé na příslušném aspektu skutečnosti (tak v reakci na objev nesouměřitelnosti byly explicitně zformulovány postuláty a axiomy).

V dějinách zatím proběhly tři idealizace. První byla *idealizace mnohosti*, která se odehrála před více než 4000 lety ve starověkých civilizacích Egypta, Mezopotámie, Indie, Číny a dalších. Jejím výsledkem jsou *čísla*, jejichž ideálnost spočívá v ostrosti, přesnosti a jednoznačnosti pravidel pro manipulaci s nimi a také v tom, že číselná řada překračuje všechny meze empirické zkušenosti. Jazykovou hru spojenou s čísly nazýváme *počítáním* a nauku systematizující pravidla této jazykové praxe nazýváme počty.

Druhou idealizací byla *idealizace tvaru*, k níž došlo v antickém Řecku ve 4. století př. n. l. (více než 1500 let po první idealizaci). Jejím výsledkem jsou ideální *geometrické útvary* a jazyková hra s nimi spojená spočívá v *konstrukci* geometrických útvarů a *dokazování* tvrzení o nich. Pro Eukleida tato hra pohltila aritmetiku, neboť čísla a operace s nimi lze reprezentovat manipulacemi s úsečkami.

Třetí idealizací je *idealizace pohybu*, k níž došlo v 17. století, a jazykovou hrou, která v průběhu idealizace pohybu vznikla, je *měření a experimentování* a na nich založený popis procesů pomocí diferenciálních rovnic, jak je známe z mechaniky, elektrodynamiky nebo kvantové mechaniky. Než přistoupíme k popisu idealizace *počtu*, která byla klíčová pro *Aristotelovu logiku*, popíšeme nejprve idealizaci pohybu a s ní související jazyk fyziky.

4. Stavba jazyka teorií fyzikálního typu

Idealizaci pohybu lze rozdělit do šesti kroků: tří *jazykových redukcí* a tří *jazykových syntéz*. Jednotlivé syntézy a redukce jsme již popsali, nyní objasníme, jak spolu souvisejí. Prvním krokem k idealizaci pohybu byla *redukce fenoménů běžné zkušenosti na matematické veličiny*, jako například redukce pocitu tepla na teplotu nebo redukce vjemu barvy na vlnovou délku. Nahrazení fenoménu jeho jazykovou reprezentací nazýváme *fenomenální redukcí*. Zpravidla se provádí pomocí instrumentů, jako je teploměr, barometr, spektroskop atd.

Nahrazení fenoménů veličinami umožňuje vznik *relační syntézy*, která představuje druhý krok idealizace. Například když je čas redukován na veličinu t, jazyk matematiky vytváří veličiny t^2, t^3, t^4, … , $\sqrt{t}$, $\sqrt[3]{t}$, $\sqrt[4]{t}$, …, sin (t), log (t), e^t, … Prostřednictvím těchto veličin temporální aspekt jevu může *vstupovat do vztahu s ostatními aspekty tohoto jevu* mnoha různými způsoby, které na jevové úrovni nemají obdoby. Projevem relační syntézy jazyka mechaniky je mimo jiné Galileův zákon volného pádu, podle něhož je dráha, kterou urazí padající těleso, úměrná kvadrátu času: $s = \frac{1}{2}gt^2$. Musíme si uvědomit, že jsme se dostali daleko za hranice běžné zkušenosti. V běžné zkušenosti chápeme, co je čas, víme, jak dlouho trvá sekunda (je to přibližně doba mezi dvěma údery srdce), hodina, měsíc nebo rok. Co je ale čtvereční hodina? V případě vzdálenosti máme fenomenální přístup i ke čtverečnímu metru, protože prostor se nám zjevuje ve třech nezávislých rozměrech. Ale v případě času? Dokáže si někdo představit čtvereční sekundu? A kolik čtverečních sekund má čtvereční minuta? Jak víme, že už uplynula? A právě čtvereční sekundy jsou podle Galileova zákona úměrné vzdálenosti.

Galileovská fyzika byla založena na fenomenální redukci a relační syntéze. Ačkoli Galileo dosáhl důležitých výsledků při popisu volného pádu, šikmého vrhu a pohybu po nakloněné rovině, není těžké si všimnout, že tyto příklady obsahují jednu zásadní chybu. Jsou to příklady, v nichž se pohybuje jediné těleso. To ukazuje, že jazyku galileovské fyziky chybí skladební syntéza – schopnost sjednotit pohyby těles do jednotného dynamického systému. Sjednocení pohybu těles do společné dynamiky předchází zavedení stavu, který nazýváme *ontologická redukce*. Třetím krokem idealizace pohybu je tedy *ontologická redukce systému na stav*. Stejně jako *fenomenální redukce* nahrazuje jevy (např. pocit tepla) jazykovou reprezentací pomocí matematické veličiny, *ontologická redukce* nahrazuje bytí fyzikálního systému jeho jazykovou reprezentací, kterou je stav. Z popisu stavu jednotlivých těles lze sestavit stav soustavy jako celku, a tak popsat společný pohyb více těles. Jazyk fyziky tak překračuje úroveň popisu jevů. Stav je ontologická kategorie, stav může mít pouze něco, co má charakter jsoucna.

Stejně jako fenomenální redukce otevřela možnost relační syntézy jazyka, otevírá stav možnost *skladební syntézy*. Ve fyzice skladební syntéza původně znamenala schopnost jazyka spojit pohyby těles do jednotného dynamického systému. Prvním pokusem o zabudování skladební syntézy do jazyka fyziky se zdají být Descartova pravidla srážek. Popis srážky dvou těles je popisem složené soustavy, protože při srážce si tělesa navzájem předávají část své hybnosti, a mění tak svůj pohybový stav. Descartes zavedl matematický popis kontaktního působení a vytvořil první fyzikální jazyk se skladební syntézou.

Třetím typem redukce, který spolu s předchozími dvěma tvoří rámec pro matematický popis pohybu, je *kauzální redukce*. Jedná se o Newtonovo nahrazení popisu kontaktního působení matematickou reprezentací sil působících na dálku. Tato redukce rovněž spočívá v nahrazení běžného popisu určitého aspektu reality jeho matematickou reprezentací.

Stejně jako v předchozích případech i v případě kauzální redukce umožňuje nahrazení aspektu reality jeho matematickou reprezentací zavést do jazyka nový druh syntézy – *deduktivní syntézu*. V případě jazyka fyziky má deduktivní syntéza podobu pohybové rovnice, která popisuje změny stavu systému vyvolané působením sil v nekonečně krátkém časovém intervalu a umožňuje odvodit ze stavu v daném okamžiku stav v blízkém okamžiku.

Jazyk newtonovské fyziky pomocí (1) *fenomenální redukce* nahrazuje jevy čísly. Fenomenální redukce umožní nástup (2) *relační syntézy*, díky níž jsou jednotlivé veličiny různým způsobem propojeny. Určité kombinace veličin umožní (3) *ontologickou redukci* pohybu na popis změn stavu. Zavedení stavu umožní nástup (4) *skladební syntézy*, která z popisu stavu jednotlivých těles vytvoří stav dynamického systému, který je zahrnuje. Pojem dynamického systému vyžaduje popis interakcí jednotlivých těles, což vede (5) ke *kauzální redukci* všech druhů působení na síly působící na dálku. Zavedení sil umožňuje v rámci (6) *deduktivní syntézy* pomocí pohybové rovnice (druhého Newtonova zákona) vypočítat časový vývoj stavu při působení sil. Nebudeme se dále zabývat idealizací pohybu. Uvedli jsme ji pouze proto, abychom objasnili, jak spolu tři redukce a tři syntézy souvisejí.

5. Stavba jazyka teorií matematického typu

Přejděme k idealizaci tvaru. *Fenomenální redukce* spočívá v nahrazení reálných tvarů ideálními tvary. Po fenomenální redukci následuje *relační syntéza*. Základním geometrickým vztahem je vztah podobnosti, který umožňuje zasadit geometrické útvary do sítě vztahů, jejichž bohatost a jemnost přesahuje vztahy přístupné běžnému vnímání. Příkladem ilustrujícím relační syntézu jazyka geometrie je Pýthagorova věta, podle níž mají čtverce nad odvěsnami pravoúhlého trojúhelníku v součtu stejný obsah jako čtverec nad přeponou. Tento vztah je nepřístupný bezprostřednímu vnímání, ale jazyk geometrie ho umožňuje vyjádřit.

Geometrické útvary vstupují do řady vztahů, které jsou natolik různorodé, že se skladební syntéza nemůže řídit pouze tím, jak útvary vypadají, tj. nelze ji napojit přímo na relační syntézu. *Ontologická redukce* tedy směřuje od toho, jak se útvary jeví, k tomu, jaké skutečně jsou. Z geometrických tvarů, chápaných jako ideální jevy, vytvoří geometrické útvary, tj. ideální objekty. Průsečík dvou přímek, který se jeví jako malý čtyřúhelník, se v ontologické redukci stane bezrozměrným bodem.

Skladební syntéza jazyka geometrie je založena na geometrické konstrukci, jejíž kroky jsou jednoznačné a určené postuláty. Aby však taková konstrukce mohla fungovat, musela nejprve proběhnout ontologická redukce. Pouze objekty se mohou dotýkat, protínat a vstupovat do různých geometrických vztahů. Po ontologické redukci již musí geometr na otázku, co je průsečíkem dvou přímek, odpovídat, že je to bod bez rozměrů a částí (jak to vyžaduje definice), přestože na obrázku se dívá na dvě přímky, které se protínají v malé ploše určité velikosti a tvaru. Pouze body bez částí a rozměrů mohou vstupovat do skladební syntézy: pouze takové body mohou být jednoznačně spojeny přímkou, resp. může být kolem nich opsaná kružnice. Ontologická redukce redukuje geometrické tvary, aby navazující skladební syntéza mohla být jednoznačná. Kdyby měl bod části, nevěděli bychom, do které z nich máme zapíchnout kružítko nebo skrze kterou vést přímku. Eukleidovy postuláty jsou principy skladební syntézy a zaručují jednoznačnost kroků geometrické konstrukce.

Po skladební syntéze ve fyzice následuje kauzální redukce. Jazyk geometrie se však vyznačuje tím, že je atemporální (geometrické vztahy jsou bezčasové), a proto na úrovni geometrických objektů nelze hovořit o kauzálních vztazích. *Deduktivní syntéza* jazyka geometrie, která má podobu diskurzivní argumentace, je spojena se skladební syntézou bez mezikroku v podobě kauzální redukce, jako je tomu v jazyce fyziky. Důkaz je posloupnost kroků deduktivního uvažování, které vycházejí z axiomů. Jednotlivé kroky důkazu se opírají o kroky konstrukce, v nichž se postupně přidávají ke konstruovanému útvaru nové prvky. Ty jsou přidávány ve specifických vzájemných vztazích k již zkonstruovaným prvkům – a tyto vztahy jsou využívány v důkazu. Jazyk matematiky nemá kauzální redukci, a tak se deduktivní syntéza přímo napojuje na skladební syntézu. To je v souladu s matematickou praxí u Eukleida, kde je důkaz (*apodeixis*, tj. deduktivní syntéza) bezprostředně spojen s konstrukcí (*kataskeyé*, tj. skladební syntézou).

6. Stavba jazyka teorií aritmetického typu

V případě počtů je fenomén, kterého se týká fenomenální redukce, mnohost. *Fenomenální redukce* spočívá v tom, že předměty, které počítáme, redukujeme na jednotky, to znamená, že je navzdory jejich zjevným rozdílům považujeme za stejné. Bez ohledu na to, jak velké objekty počítáme, je číslo tři stejné, ať už jde o tři mravence, nebo tři slony. Když počítáme boty, nezáleží na jejich velikosti, barvě a vzhledu, redukujeme je na jednotky. Při počítání procházíme souborem a odříkáváme číselnou řadu. Číslo, u kterého skončíme, udává počet.

Fenomenální redukce umožňuje zavést do jazyka *relační syntézu*. Základní relací, která vstupuje do univerza počítaných věcí, je *rovnost počtu* a z ní odvozená relace *„více než“*. Podobně jako jsme při popisu idealizace tvaru konstatovali, že v geometrii neexistuje kauzální redukce a že deduktivní syntéza se přímo spojuje se syntézou skladební, zdá se, že *počty nemají ani ontologickou redukci*. To znamená, že při počítání se k číslům nevztahujeme jako ke jsoucnům se samostatnou existencí, ale ponecháváme je v rovině jevů.

Skladební syntéza jazyka aritmetiky spočívá ve sčítání, odčítání, násobení a dělení, které lze vždy převést na připočítávání jednotky. Připočítáváním jednotky jsme schopni *vygenerovat všechna čísla* bez ohledu na jakákoli omezení, a tak *překračovat všechny meze*.[24]

Struktura jazyka počtů je tedy jednodušší než struktura jazyka matematiky, protože jazyk počtů nemá ontologickou redukci. Po vysvětlení skladební syntézy tedy můžeme přejít přímo k *deduktivní syntéze*, která spočívá v tom, že výsledek prakticky jakéhokoli problému týkajícího se množství lze vyřešit manipulací s číselnými znaky podle explicitních pravidel.

24 Skladební syntéza je způsob, jakým jazyk vytváří složité reprezentace (velká čísla nebo složené útvary) ze základních prvků (jednotek v případě aritmetiky; úseček a kružnice v případě geometrie). Skladební syntéza jednotlivých typů jazyků se tedy liší tím, co je kombinováno.

Jazyk počtů se od jazyka matematiky liší tím, že neobsahuje ontologickou redukci. V jazyce počtů tedy skladební syntéza navazuje přímo na relační syntézu. Sčítání dvou čísel (tj. akt skladební syntézy) se dá redukovat na připočítání jednotek druhého čísla k prvnímu. Jednotka je základem fenomenální redukce; skladební syntéza se tedy provádí prostředky fenomenální redukce. Jazyk počtů je spojen se skutečností pouze pomocí fenomenální redukce. Naše teze zní, že jazyk Aristotelovy sylogistiky je jazykem stejného druhu.

7. Sylogistická logika jako teorie aritmetického typu

V předchozí části jsme představili propojení relační, skladební a deduktivní syntézy s fenomenální, ontologickou a kauzální redukcí. Nyní chceme ukázat, že jazyk aristotelské logiky má *aritmetickou* relační, skladební a deduktivní syntézu. To znamená, že v sylogistické logice skladební syntéza vyplývá přímo ze syntézy relační (bez zprostředkující ontologické redukce) a deduktivní syntéza vyplývá přímo ze syntézy skladební (bez zprostředkující kauzální redukce). Jediným kontaktem jazyka Aristotelovy logiky se skutečností je fenomenální redukce (tj. predikace). Při počítání se na předměty díváme jako na nositele určitých črt. Podle toho, jaké črty zvolíme při určení jednotky (můžeme například počítat modrooké děti), určitý objekt započítáme anebo ne – podle toho, zda má zvolené črty anebo ne (tj. zda je modrooký a je dítě). To znamená, že *fenomenální redukce* spočívá v redukci objektu na jednotku. *Číslo je počet složený z jednotek*. Jednotka se podílí na čísle pouze svojí přítomností. Při počítání hran krychle nezáleží na tom, že některé jsou na sebe kolmé a jiné rovnoběžné. Pro počítání je důležité pouze to, že jich je dvanáct.

Když Aristotelés zvolil subjekt-predikátovou stavbu soudu za základ logiky, postupoval v souladu s charakterem fenomenální redukce jazyka počtů, tj. jako by univerzum diskurzu bylo *aritmetickým univerzem*, souborem individuí, která jsou nositeli určitých črt (a nikoli *geometrickým univerzem*, tj. souborem objektů zkonstruovaných ze základních prvků, nebo *fyzikálním univerzem*, tj. souborem vzájemně interagujících těles). Jazyk Aristotelovy logiky nepředpokládá u prvků univerza skladební syntézu matematického charakteru (tj. konstrukci). Proto deduktivní syntéza, kterou je jeho logika schopna vyjádřit, je deduktivní syntézou jazyka počtů. To je důvod, proč Aristotelova logika neumožňuje analyzovat geometrické důkazy. Ty sledují skladební syntézu danou kroky geometrické konstrukce a z jednotlivých kroků vyvozují důsledky, o které opírají argumenty důkazu. Předměty, ke kterým skrze pojmy odkazuje Aristotelova logika, jsou individua, která jsou chápaná jako nositelé různých črt. Proto je její skladební syntéza (z hlediska geometrie nebo fyziky) triviální a propozice, které umožňuje dokazovat, jsou banální.

Konstrukci, například konstrukci rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku, lze samozřejmě prohlásit za črtu a vytvořit predikát „rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník“. Ale tím, že *geometrickou konstrukci proměníme v črtu*, ztratíme přístup k jejím krokům, stejně jako k prvkům, které byly v příslušných krocích přidány, a také ke vztahům, do nichž konstrukce tyto prvky zasazuje. Matematický důkaz se opírá právě o tyto prvky a jejich vztahy. Proto proměnou konstrukce v črtu ztrácíme přístup nejen k prvkům skladební syntézy, ale také ke krokům deduktivní syntézy. Zbývají pouze triviality, že každý rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník je pravoúhlý. Pomocí sylogistické logiky nikdy nedokážeme, že kružnice vepsaná do rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku dělí jeho odvěsny v poměru $(\sqrt{2}-1):1$. To, co potřebujeme, abychom to dokázali, není *střední člen*, tj. termín, který by byl predikátem nebo subjektem premisy sylogismu, ale *pomocné objekty*, jejichž doplnění do příslušného trojúhelníku umožní odvodit uvedený poměr. To, co hledáme, je *rozklad objektu na kroky konstrukce*, a nikoli *rozklad propozice na dvě premisy platného sylogismu*.

Aristotelés svou metodu ilustruje na příkladu zatmění Měsíce. Být zastíněn Zemí však není vlastnost Měsíce, ale konfigurace tvořená Měsícem, Zemí a Sluncem. Jazyk, kterým lze zatmění vysvětlit, musí být schopen rekonstruovat geometrické konfigurace těchto těles. Musí se tedy jednat o jazyk se skladební syntézou jazyka geometrie, a nikoliv jazyka počtů. Země, Měsíc a Slunce musí vstupovat do příslušné konfigurace svými prostorovými vztahy, a nikoli pouze svou přítomností. Je sice možné v kterémkoli kroku geometrického důkazu prohlásit celou strukturu vztahů za črtu jediného prvku. Například součet úhlů v trojúhelníku lze prohlásit za vlastnost trojúhelníku. Tím však ztrácíme možnost dokázat tvrzení, že součet úhlů v trojúhelníku je 180°, protože ztrácíme přístup k prvkům, které se v důkazu objevují.

7.1 Relační syntéza jazyka aristotelské logiky

Vztahy, kterými jazyk počtů obohacuje vztahy přístupné běžné zkušenosti, spočívají v porovnávání počtu prvků větších souborů, kde již nemůžeme vystačit s odhadem a musíme začít počítat. Jedná se o relace „méně“ a „více“. Zdá se, že Aristotelovo chápání soudu jako vztahu subjektu a predikátu je svým charakterem příbuzné vztahům méně a více. Úsudky sylogistické logiky lze přeložit do jazyka aritmetických vztahů. To znamená, že bohatství vztahů vytvořených relační syntézou jazyka sylogistické logiky není příbuzné matematice, ale spíše počtům.

To, že každý pes je savec, lze považovat za (přibližnou, vzdálenou, ale přece jen) paralelu toho, že při počítání savců započítáme psy (protože jsou to savci). Netvrdíme ani, že tato korespondence je přesná nebo univerzální, ani že umožňuje redukovat Aristotelovu logiku na počítání. Netvrdíme, že jde o totožnost, ale pouze o příbuznost. Zdá se, že míra komplexnosti aritmetických relací (které jsou výrazem relační syntézy jazyka počtů) a míra komplexnosti propozic Aristotelovy logiky jsou příbuzné. *Když počítám psy*, beru v potaz určitou črtu (aspekt, vlastnost, predikát) a při pohledu na daný objekt zkoumám, zda je nositelem této črty (pak ho započítám), nebo nositelem črty není (a tak ho nezapočítám). *Když ověřuji soud*, že všichni psi jsou savci, prohledávám univerzum, a když narazím na psa, podívám se, zda je to savec. Relační syntéza počtů a Aristotelova logika jsou si podobné: v obou objekty vstupují do situace pouze svou přítomností.

Relační syntéza jazyka matematiky je jiná. Uvažuji-li o tvrzení, že v pravoúhlém trojúhelníku je čtverec nad přeponou roven součtu čtverců nad odvěsnami, neprocházím jednotlivé pravoúhlé trojúhelníky a nedívám se, zda mají črtu „čtverec nad přeponou je roven součtu čtverců nad odvěsnami". Jednak tato vlastnost není zjevná (nelze ji uchopit prostředky fenomenální redukce), jednak to ani není smyslem věty. Ve větě jde o tvrzení, ve kterém vstupují do vzájemných vztahů strany trojúhelníku, čtverce nad nimi a vlastně celá konfigurace, kterou uvádí Eukleidés při jejím důkazu. Samozřejmě, můžeme se pokusit tomuto tvrzení dát formu, jakou vyžaduje aristotelská logika, když pravoúhlý trojúhelník prohlásíme za subjekt a črtu „čtverec nad přeponou je roven součtu čtverců nad odvěsnami" za predikát. To nám ale nepomůže. Nikdy nepostavíme sylogismus, ve kterém je přidán nějaký třetí termín tak, abychom ze dvou platných premis dostali tvrzení Pýthagorovy věty jako závěr. Dokazování v geometrii tak nefunguje. Především musíme do obrázku doplnit výšku na přeponu, která čtverec nad přeponou rozdělí na dva obdélníky, a důkaz pak musíme rozdělit na dvě části – v jedné dokážeme rovnost jednoho z těchto obdélníků se čtvercem nad jednou odvěsnou a ve druhém rovnost druhého obdélníku se čtvercem nad druhou odvěsnou. To znamená, že objekt *doplníme o pomocné prvky*. Vlastnost „čtverec nad přeponou je roven součtu čtverců nad odvěsnami" rozložíme na dvě vlastnosti, a to „čtverec nad jednou odvěsnou je roven obdélníku se stranami c a c_1" a „čtverec nad druhou odvěsnou je roven obdélníku se stranami c a c_2", kde c_1 a c_2 jsou úsečky, na které výška rozdělila přeponu.

7.2 Skladební syntéza jazyka aristotelské logiky

Počty se od matematiky odlišují také skladební syntézou, tedy způsobem, jak vytvářejí reprezentace složitých situací. V případě počtů je základním prvkem, který vzešel z fenomenální redukce, jednotka a skladební syntéza jazyka počtů se opírá o přidávání jednotky. Jednotky se na čísle podílejí pouze svou přítomností, jednotky nemají žádnou vzájemnou polohu, nerozlišují se žádné případy jejich účasti. Naproti tomu v geometrii jsou základními ty prvky, které vzešly z ontologické redukce: body, úsečky a kružnice. *Skladební syntéza jazyka syntetické geometrie je dána Eukleidovými postuláty.* Ty určují, jak vznikají z elementárních objektů (bodů, úseček a kružnic) v procesu konstrukce složité útvary. Elementární objekty mohou mít různou vzájemnou polohu (úsečky mohou být rovnoběžné, nebo se mohou protínat; kružnice se může úsečky dotýkat, může ji protínat, nebo může ležet mimo ni; bod může ležet uvnitř kruhu, může ležet na kružnici, nebo se může nacházet mimo kruh), přičemž kroky konstrukce musí brát na vzájemnou polohu prvků ohled.

Naší tezí je, že skladební syntéza jazyka Aristotelovy logiky je příbuzná skladební syntéze jazyka počtů. Když Aristotelés vysloví soud „Každý kůň je hnědý“, tak koně redukuje na něco podobného jednotce. Kůň se na souboru hnědých věcí podílí stejným způsobem, jakým se počítaná věc podílí na čísle, tedy svou přítomností. Naproti tomu, když matematik definuje nějaký pojem, tento pojem primárně nepředstavuje určitý soubor črt, ale určitou konstrukci.

7.3 Deduktivní syntéza jazyka aristotelské logiky

Podobně jako jsme o relační a skladební syntéze Aristotelovy logiky tvrdili, že jsou svou povahou aritmetické, také o deduktivní syntéze Aristotelovy logiky tvrdíme, že je analogická deduktivní syntéze počtů. To znamená, že Aristotelův sylogismus se podobá výpočetnímu pravidlu. Je-li každý kůň savec a každý savec je teplokrevný, můžeme z toho usoudit, že každý kůň je teplokrevný – stejně, jako když z toho, že při počítání savců jsou zahrnuti koně a při počítání teplokrevných zvířat jsou zahrnuti savci, usuzujeme, že při počítání teplokrevných zvířat jsou zahrnuti koně. Tedy pravidlo *barbara* je svojí povahou aritmetické.

8. Závěr

Na závěr chceme zdůraznit, že to, že Aristotelova logika má relační, skladební a deduktivní syntézu analogickou syntézám jazyka počtů, nevnímáme jako nedostatek a naši analýzu nechápeme jako kritiku aristotelské logiky. Naším cílem je porozumět současné situaci ve filosofii vědy. Domníváme se totiž, že podobně jako je aristotelská logika svojí povahou *aritmetická* (a tedy nevhodná pro porozumění matematických důkazů), jsou i dnešní filosofie vědy a epistemologie *matematické* (a tedy nevhodné pro porozumění vědeckých teorií). Situace ve filosofii vědy nebo v epistemologii se od situace v logice liší pouze tím, že v těchto disciplínách zatím nepřišel Frege.

Navíc: to, že Frege svou logiku modeloval podle formulového jazyka aritmetiky,[25] tedy *stejně jako Aristotelés*, a jen v technické rovině použil silnější matematický aparát (pojem funkce), ukazuje, *že Aristotelés našel cestu vedoucí k matematické logice*. Za to, že v antice ještě pojem funkce nebyl definován, Aristotelés vinu nenese.

Na druhé straně však není vhodné s Aristotelovou logikou spojovat přehnané naděje. Matyáš Havrda je v článku „Aristotelská logika jako nástroj řešení problémů" podle našeho názoru příliš optimistický, když tvrdí, že Aristotelova logika je nástrojem řešení filosofických problémů.[26] Optimálním způsobem obhajoby jeho teze by bylo uvést konkrétní filosofický problém a vyřešit jej prostředky Aristotelovy logiky. To, že Havrda žádný takový problém neuvedl, možná není náhoda. Absence dostatečně silné skladební a deduktivní syntézy v jazyce Aristotelovy logiky redukuje množství problémů, které lze jeho prostředky řešit.

Například zatmění Měsíce, které Havrda zmiňuje na s. 41 své výše uvedené stati, nelze považovat za vhodně zvolený problém. Především to není problém filosofický, ale astronomický a jeho vysvětlení využívá prostředků geometrické astronomie, a nikoli aristotelské logiky. Opírá se totiž o vzájemnou polohu Země, Slunce a Měsíce, tj. o konfiguraci využívající skladební syntézu jazyka geometrie (Slunce, Země a Měsíc leží v jedné přímce tak, že Země leží mezi Sluncem a Měsícem). Jazyk geometrie umožňuje tuto situaci reprezentovat a na základě toho zatmění vysvětlit. Jazyk Aristotelovy logiky však nedisponuje skladební syntézou umožňující rekonstruovat geometrické konfigurace, a proto zatmění nelze vysvětlit pomocí sylogistické argumentace. Kromě toho, že v tomto případě nejde o problém filosofický, ale astronomický a jeho řešení používá jazyk geometrie, a nikoli sylogistickou logiku, narážíme u zatmění Měsíce jako paradigmatického příkladu aristotelského vědeckého vysvětlení na problém, že zatmění je jevem velmi vzácným. Aristotelská věda se týká jevů, které nastávají vždy nebo alespoň často. Budeme-li se denně dívat na Měsíc a zaznamenávat, zda došlo k zatmění, zjistíme, že zatmění nenastává ani vždy, ani často. Z tohoto důvodu nemůžeme zatmění Měsíce považovat za adekvátní ilustraci Aristotelovy metody, a to i přesto, že pochází přímo od Aristotela.

25 Podtitul knihy (Frege, G., *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* (1879). Hildesheim, Georg Olms 1993) zní „Formulový jazyk čistého myšlení vytvořený po vzoru formulového jazyka aritmetiky".

26 Havrda, M., Aristotelská logika jako nástroj řešení problémů. *Reflexe*, 2022, č. 61, s. 21.

To, že Aristotelova logika vznikla v návaznosti na logiku počtů, není překvapující. Je možné, že máme-li být schopni reflektovat podkladovou logiku určité vrstvy idealizace (v tomto případě idealizace počtu), musíme se dostat „nad ni“. Potřebujeme mít k dispozici prostředky následující vrstvy idealizace (v našem případě idealizace tvaru). Zdá se, že v podobné situaci se ocitl i Frege, který byl schopen reflektovat logiku matematických důkazů jen díky tomu, že při jejich analýze použil pojem funkce. Pojem funkce se zrodil při idealizaci pohybu. Teprve jazykové prostředky vytvořené v průběhu této idealizace se ukázaly být dostatečně bohaté na to, aby Fregemu umožnily popsat logiku matematického dokazování. Zdá se, že Aristotelova situace byla analogická. Jazykové prostředky vytvořené při idealizaci tvaru (jako použití písmen v popisu geometrických obrázků či vytvoření pojmu „schéma“) byly dostatečně bohaté na to, aby mohl Aristotelés pomocí nich vytvořit vůbec první systém logiky. To, že šlo o systém související s aritmetikou, je možná dáno skutečností, že aritmetika tvoří podstatně jednodušší, ale zato konzistentní, ucelený a úplný systém logických inferencí.